

¡MÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
RODO

9

ESTUDIO DE LOS DIVISORES $\mathbb{Z}^+$

Teoría y Práctica

ARI



1



9

ESTUDIO DE LOS DIVISORES Z^+

Teoría y Práctica

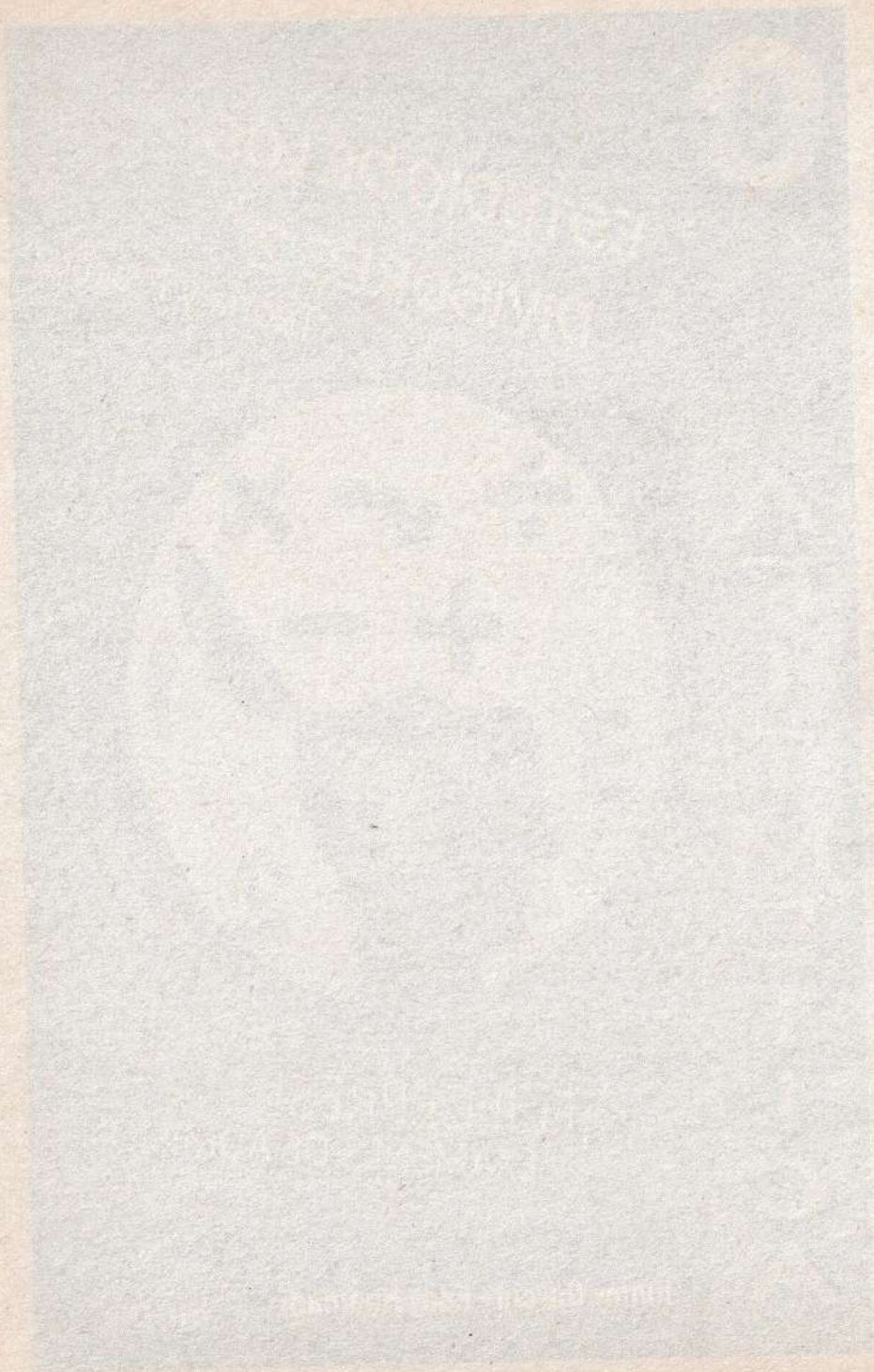
ARITMÉTICA



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Jimmy García - Eddy Huamani

FONDO EDITORIAL
PRODO



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ARITMÉTICA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

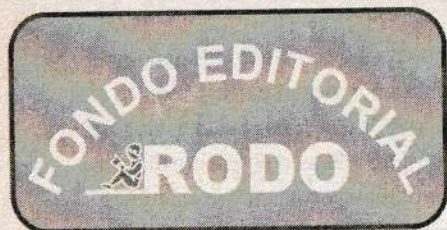
Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

ESTUDIO DE LOS DIVISORES Z^+



ARITMÉTICA - TEMA SELECTO 09, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Diciembre 2013 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benítez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2013 - 20884

EQUIPO PEDAGÓGICO

Jimmy H. García Chumán

Eddy F. Huamaní Vargas

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

ESTUDIO DE LOS DIVISORES POSITIVOS DE UN NÚMERO

En este caso trabajaremos en el siguiente conjunto:

$$\mathbb{Z}^+ = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; \dots\}$$

Ejemplo: Hallemos los divisores $\mathbb{Z}^+$ de los 10 primeros $\mathbb{Z}^+$.

#	Divisores $\mathbb{Z}^+$
1	1
2	1; 2
3	1; 3
4	1; 2; 4
5	1; 5
6	1; 2; 3; 6
7	1; 7
8	1; 2; 4; 8
9	1; 3; 9
10	1; 2; 5; 10

Haremos una clasificación de los $\mathbb{Z}^+$, atendiendo a su cantidad de divisores $\mathbb{Z}^+$. La clasificación será:

- **Números Simples:** Son aquellos números que tienen a lo más dos divisores. Se tiene:
 $\{1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; \dots\}$

La unidad es el único número que tiene un sólo divisor; separando a la unidad del conjunto queda:

$$\{2; 3; 5; 7; 11; 13; \dots\}$$

A quienes se les denomina "Primos absolutos" y tienen exactamente dos divisores; que son la unidad y el mismo número.

- **Números compuestos:** Son aquellos números que tienen más de dos divisores. Se tiene:
 $\{4; 6; 8; 9; 10; 12; 14; 15; \dots\}$

**OBSERVACIÓN**

Todo número compuesto tiene por lo menos un divisor primo.

PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS PRIMOS

- 1) El conjunto de los números primos es infinito y todavía no se encuentra una expresión general que los caracterice:
 $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; \dots\}$
- 2) El 2 es el único número par que es primo.
- 3) Los únicos números consecutivos que son primos es el 2 y el 3 además 3; 5 y 7 son los únicos impares consecutivos y primos a la vez.

- 4)** Todo número primo impar es de la forma: $(4 + 1)$ ó $(4 - 1)$

Ejemplos: • $13 = 4 + 1$

- $7 = 4 - 1$

- $19 = 4 - 1$

- $41 = 4 + 1$

Lo contrario no siempre ocurre; por ejemplo $9 = 4 + 1$, pero 9 no es primo.

- 5)** Todo número primo mayor que 3 es de la forma $(6 + 1)$ ó $(6 - 1)$

Ejemplos: • $17 = 6 - 1$

- $41 = 6 - 1$

- $31 = 6 + 1$

- $13 = 6 + 1$

Lo contrario no siempre ocurre; por ejemplo $25 = 6 + 1$, pero 25 no es primo.

CRITERIO PARA DETERMINAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Si un número es primo el procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1) Se calcula la raíz cuadrada aproximada (por defecto) del número y se toma la parte entera de dicha raíz.
- 2) Se indican todos los números primos menores o iguales a la parte entera considerada anteriormente.
- 3) Se determina si el número es o no divisible por cada número primo considerado en el paso anterior, de menor a mayor, luego:
 - El número será primo si no resulta ser divisible por ninguno de los primos indicados, en caso contrario será compuesto.

Ejemplo: Comprobar si el número 157 es número primo.

Resolución: 1er paso: $\sqrt{157} \approx 12,52...$

$$\sqrt{157} \approx 12,52...$$

Parte entera

2do paso : $\{2; 3; 5; 7; 11\}$

$\{2; 3; 5; 7; 11\}$

3er paso :

$$157 = 2^7 + 1$$

$$157 = \overset{0}{3} + 1$$

$$157 = 5^0 + 2$$

$$157 = 7^2 + 3$$

$$157 = 11 + 0$$

Como 157 no es divisible por ninguno de los números primos anteriores, entonces es un número primo.

$\therefore 157$ es primo

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ (PESI)

Son aquellos grupos de 2 o más números que tienen a la unidad como único divisor común. También se les denomina “primos relativos” o “coprimos”.

Ejemplo: Los números 8; 10 y 15 son PESI, porque al observar sus divisores:

#	Divisores
8	1 ; 2; 4; 8
10	1 ; 2; 5; 10
15	1 ; 3; 5; 15

La unidad es el único divisor común.

NÚMEROS PRIMOS ENTRE SÍ DOS A DOS

Son aquellos grupos de 3 o más números que al ser tomados de 2 en 2, cada par de números son PESI.

Ejemplo: Los números 8; 9 y 23 son PESI dos a dos porque:

#	Divisores
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9
8 y 9 son PESI	
#	Divisores
8	1, 2, 4, 8
23	1, 23
8 y 23 son PESI	
#	Divisores
9	1, 3, 9
23	1, 23
9 y 23 son PESI	

Ejemplo: Los números 10; 9 y 21 no son PESI dos a dos porque el par:

#	Divisores
9	1, 3, 9
21	1, 3, 7, 21
9 y 21 no son PESI	

Pero en conjunto sí son primos entre sí, porque:

#	Divisores
9	1, 3, 9
10	1, 2, 5, 10
21	1, 3, 7, 21

La unidad es el único divisor común de los tres.

PROPIEDADES

1) Si un conjunto de números son PESI dos a dos, entonces el conjunto de números siempre será PESI. Lo contrario no siempre se cumple.

2) Dos o más números consecutivos son siempre PESI.

Ejemplos:

- 6 y 7 son PESI
- 20; 21 y 22 son PESI

3) Dos o más números impares consecutivos son siempre PESI.

Ejemplos:

- 7 y 9 son PESI
- 13; 15 y 17 son PESI

4) Si dos números a y b son PESI, entonces:

- a , b y $(a + b)$ son PESI.
- a , b y $(a - b)$ son PESI ($a > b$).

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

(También llamado teorema de Gauss)

"Todo número entero positivo mayor que la unidad, se puede expresar como la multiplicación indicada de sus divisores primos diferentes elevados a exponentes enteros positivos".

Esta descomposición es única y se le denomina "Descomposición canónica". (D.C.)

- Ejemplos:**
- $200 = 2^3 \cdot 5^2$ (D.C.)
 - $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ (D.C.)
 - $40^n \cdot 5 = (2^3 \cdot 5)^n \cdot 5 = 2^{3n} \cdot 5^n \cdot 5 = 2^{3n} \cdot 5^{n+1}$ (D.C.)

En general:

$$N = A^a \times B^b \times C^c \quad \text{..... (DC)}$$

Donde: $A; B; C$: Números primos ($A \neq B \neq C$)

$$\{a; b; c\} \subset \mathbb{Z}^+$$

ESTUDIO DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO ENTERO POSITIVO**1) TABLA DE DIVISORES**

Ejemplos: i) Elaborar la tabla de los divisores del número 200.

$$\text{Como: } 200 = 2^3 \cdot 5^2$$

Se dispone así:

		divisores de 2^3			
		1	2^1	2^2	2^3
divisores de 5^2	$\times$	1	2	4	8
	5^1	5	10	20	40
	5^2	25	50	100	200

ii) Para el número 1400 elaboremos su tabla de divisores

Como: $1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$

Se dispone así:

Se dispone así:

		divisores de 2^3			
		1	2^1	2^2	2^3
divisores de 5^2	$\times$				
	1	1	2	4	8
	5	5	10	20	40
	25	25	50	100	200
⑦ Multiplica a todas las filas anteriores	7×1	7	14	28	56
	7×5	35	70	140	280
	7×25	175	350	700	1400

OBSERVACIÓN

- El número o la cantidad de divisores (C.D) se puede calcular multiplicando el número de columnas por el número de filas que tiene la tabla.
- El producto de un par de divisores equidistantes es igual al número del cual se tiene su tabla de divisores.

2) CANTIDAD DE DIVISORES (CD)

Ejemplos: i) Para el número 200:

$$\text{Como: } 200 = \underbrace{2^3}_{\substack{1 \\ 2^1 \\ 2^2 \\ 2^3}} \cdot \underbrace{5^2}_{\substack{1^1 \\ 5^1}}$$

$$\Rightarrow CD_{(200)} = (4) \times (3) = 12$$

ii) Para el número 504

$$\text{Como: } 504 = \underbrace{2^3}_{\substack{1 \\ 2^1 \\ 2^2 \\ 2^3}} \cdot \underbrace{3^2}_{\substack{1 \\ 3^1 \\ 3^2}} \cdot \underbrace{7^1}_{\substack{1^1 \\ 7^1}}$$

$$\Rightarrow CD_{(504)} = (4) \times (3) \times (2) = 24$$

En general: Sea: $N = A^a \times B^b \times C^c \dots \dots \dots (DC)$

$$\Rightarrow CD(N) = (a + 1)(b + 1)(c + 1)$$

3) SUMA DE DIVISORES (SD)

Ejemplos: i) Como:

$$200 = \begin{array}{c} 2^3 \cdot 5^2 \\ \hline 1 \quad 1^1 \\ 2^1 \quad 5^1 \\ 2^2 \quad 5^2 \\ 2^3 \end{array}$$

$$\Rightarrow SD(200) = (1+2^1+2^2+2^3)(1+5^1+5^2)$$

$$\Rightarrow SD(200) = \left(\frac{2^4-1}{2-1} \right) \left(\frac{5^3-1}{5-1} \right)$$

$$\therefore SD(200) = (15)(31) = 465$$

ii) Como:

$$504 = \begin{array}{c} 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7 \\ \hline 1 \quad 1 \quad 1^1 \\ 2^1 \quad 3^1 \quad 7^1 \\ 2^2 \quad 3^2 \\ 2^3 \end{array}$$

$$\Rightarrow SD(504) = (1+2^1+2^2+2^3)(1+3^1+3^2)(1+7^1)$$

$$\Rightarrow SD(504) = \left(\frac{2^4-1}{2-1} \right) \left(\frac{3^3-1}{3-1} \right) \left(\frac{7^2-1}{7-1} \right)$$

$$\therefore SD(504) = (15)(31)(8) = 3720$$

En general:

Sea:

$$N = A^a \times B^b \times C^c \quad \dots\dots (DC)$$

$$\Rightarrow SD(N) = \left[\frac{A^{a+1}-1}{A-1} \right] \left[\frac{B^{b+1}-1}{B-1} \right] \left[\frac{C^{c+1}-1}{C-1} \right]$$

4) SUMA DE LAS INVERSAS DE LOS DIVISORES (SID)

Ejemplo: Como: $200 = 2^3 \cdot 5^2$

$$SID(200) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{40} + \frac{1}{25} + \frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{200}$$

$$SID(200) = \frac{200+100+50+25+40+20+10+5+8+4+2+1}{200} = \frac{SD(200)}{200}$$

$$SID(200) = \frac{465}{200} = 2,325$$

En general:

$$SID(N) = \frac{SD(N)}{N}$$

5) PRODUCTO DE LOS DIVISORES (PD)

Ejemplo: Como: $200 = 2^3 \cdot 5^2$
 $PD(200) = 1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 8 \times 10 \times 20 \times 25 \times 40 \times 50 \times 100 \times 200$



$$PD(200) = (1 \times 200)(2 \times 100)(4 \times 50)(5 \times 40)(8 \times 25)(10 \times 20)$$

$$PD(200) = (200)(200)(200)(200)(200)(200)$$

$$PD(200) = (200)^6$$

$$PD(200) = (200)^{\frac{12}{2}} = (200)^{\frac{CD(200)}{2}}$$

En general:

$$PD(N) = N^{\frac{CD(N)}{2}}$$

O también:

$$PD(N) = \sqrt{N^{CD(N)}}$$

ALGUNAS CONSIDERACIONES

i) **Ejemplo:** Hallemos los divisores de 12:

#	divisores
12	1; 2; 3; 4; 6; 12

Se observa:

- Divisores simples: 1; 2; 3 $\Rightarrow CD_{\text{simples}} = 3$
- Divisores primos: 2 y 3 $\Rightarrow CD_{\text{primos}} = 2$
- Divisores compuestos: 4; 6 y 12 $\Rightarrow CD_{\text{comp}} = 3$

Luego, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\begin{array}{rcl} CD(12) & = & CD_{\text{simples}} + CD_{\text{comp}} \\ 6 & = & 3 + 3 \end{array}$$

O también:

$$\begin{array}{rcl} CD(12) & = & 1 + CD_{\text{primos}} + CD_{\text{comp}} \\ 6 & = & 1 + 2 + 3 \end{array}$$

En general:

$$CD(N) = CD_{\text{simples}} + CD_{\text{comp}}$$

O también:

$$CD(N) = 1 + CD_{\text{primos}} + CD_{\text{comp}}$$

Observación:

$$CD_{\text{simples}} = CD_{\text{primos}} + 1$$

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 09

ii) **Ejemplo:** Hallemos los divisores de 18:

#	divisores
18	1; 2; 3; 6; 9; 18
	divisores propios de 18

Se observa:
$$\begin{array}{rcl} \text{CD}_{\text{propios}} & = & \text{CD}(18) - 1 \\ 5 & = & 6 - 1 \end{array}$$

En general:

$$\text{CD}_{\text{propios de } N} = \text{CD}(N) - 1$$

Ejercicio (1): Del #: $N = 49500$; calcule su:

- Cantidad de divisores
- Cantidad de divisores pares
- Cantidad de divisores $\overset{0}{11}$
- Cantidad de divisores $\overset{0}{5}$ pero no $\overset{0}{25}$
- Cantidad de divisores impares
- Cantidad de divisores PESI con 55
- Cantidad de divisores cuadrados perfectos

Resolución: $N = 495000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1 \dots\dots (\text{DC})$

a) $\text{CD}(N) = 4 \times 3 \times 5 \times 2 = 120$

b) $\text{CD}_{\text{pares}} = \text{CD}_2^{\circ}$

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1$$

$$N = 2^1 \times (2^2 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1) \Rightarrow \text{CD}_2^{\circ} = 3 \times 3 \times 5 \times 2 = 90$$

c) $N = 11(2^3 \times 3^2 \times 5^4) \Rightarrow \text{CD}_{11}^{\circ} = 4 \times 3 \times 5 = 60$

d) 1ra forma:



$$N = 2^2 \times 3^2 \times 5^4 \times 11$$

$$\bullet \quad N = 5^1(2^2 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1) \Rightarrow \text{CD}_5^{\circ} = 4 \times 3 \times 4 \times 2 = 96$$

$$\bullet \quad N = 5^2(2^2 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1) \Rightarrow \text{CD}_{25}^{\circ} = 4 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$$

$$\text{CD}_5^{\circ} \wedge \sim \text{CD}_{25}^{\circ} : 96 - 72 = 24$$

2da forma:

$$N = 5^1(2^3 \times 3^2 \times 11^1 \times 5^3) \Rightarrow \text{CD}_5^{\circ} \wedge \sim_{25}^{\circ} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

e) $CD_{\text{impares}} = CD_{-2}$

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1$$

$$\Rightarrow CD_{-2} = 3 \times 5 \times 2 = 30$$

f) $55 = 5 \times 11$

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1$$

$$\Rightarrow CD_{\text{PESI con } 55} = 4 \times 3 = 12$$

g) $N = 2^3 \times 3^2 \times 5^4 \times 11^1$

$$N = (2^2)^1 \times (3^2)^1 \times (5^2)^2 \times 2^1 \times 11^1 \Rightarrow CD_{k^2} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

Ejercicio (2): Del #: $M = 18900$; calcule la:

a) Suma de sus divisores

b) Suma de divisores $\overset{0}{5}$ c) Suma de sus divisores $\overset{0}{12}$

d) Suma de sus divisores PESI con 6

e) Suma de inversas de sus divisores

f) Suma de inversas de sus divisores $\overset{0}{12}$

g) Producto de sus divisores

h) Producto de sus divisores $\overset{0}{12}$ **Resolución:** $M = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^1 \dots\dots (DC)$

a) $SD(M) = \frac{2^3-1}{2-1} \times \frac{3^4-1}{3-1} \times \frac{5^3-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} = 7 \times 40 \times 31 \times 8 = 69440$

b) $M = 5^1(2^2 \times 3^3 \times 5^1 \times 7^1)$

$$SD_5^0 = 5 \times \left[\frac{2^3-1}{2-1} \times \frac{3^4-1}{3-1} \times \frac{5^2-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} \right] = 5 \times [7 \times 10 \times 6 \times 8] = 67200$$

c) $M = \frac{2^2 \times 3^1(3^2 \times 5^2 \times 7^1)}{12}$

$$SD_{12}^0 = 12 \times \left[\frac{3^3-1}{3-1} \times \frac{5^3-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} \right] = 12[13 \times 31 \times 8] = 38688$$

d) • $6 = 2 \times 3$

• $M = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^1$

$$SD_{\text{PESI con } 6} = \frac{5^3-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1} = 31 \times 8 = 248$$

e) $SID(M) = \frac{SD(M)}{M} = \frac{69440}{18900} = 3,67$

$$f) \quad M = \underbrace{2^2 \times 3^1}_{12} \left[\underbrace{3^2 \times 5^2 \times 7^1}_N \right]$$

$$SID_{12} = \frac{1}{12} \times SID(N) = \frac{1}{12} \times \frac{SD(N)}{N} = \frac{SD(N)}{M}$$

$$SID_{12} = \frac{\frac{3^3-1}{3-1} \times \frac{5^3-1}{5-1} \times \frac{7^2-1}{7-1}}{18900} = \frac{13 \times 31 \times 8}{18900} = 0,17$$

$$g) \quad M = 2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7^1 \quad \Rightarrow \quad CD(M) = 3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$$

$$PD(M) = M^{\frac{CD(M)}{2}} = 18900^{\frac{72}{2}} = 18900^{36}$$

$$h) \quad M = \underbrace{2^2 \times 3^1}_{12} \left[\underbrace{3^2 \times 5^2 \times 7^1}_N \right] \quad \Rightarrow \quad CD(N) = 3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$PD_{12} = 12^{CD(N)} \times PD(N) = 12^{18} \times N^{\frac{CD(N)}{2}} = 12^{18} \times 1575^9$$

iii) Cantidad de formas de expresar un número como el producto de 2 factores [$F_{(N)}$]

Ejemplo:

$$i) \quad \text{Sea:} \quad N = 24 = \left. \begin{array}{l} 1 \times 24 \\ 2 \times 12 \\ 3 \times 8 \\ 4 \times 6 \end{array} \right\} 4 \text{ formas}$$

$$\text{Pero:} \quad N = 24 = 2^3 \times 3^1$$

$$CD(24) = 4 \times 2 = 8$$

$$\text{Luego:} \quad F_{(24)} = 4 = \frac{8}{2} = \frac{CD(24)}{2}$$

$$ii) \quad \text{Sea:} \quad N = 100 = \left. \begin{array}{l} 1 \times 100 \\ 2 \times 50 \\ 4 \times 25 \\ 5 \times 20 \\ 10 \times 10 \end{array} \right\} 5 \text{ formas}$$

$$\text{Pero:} \quad 100 = 2^2 \times 5^2$$

$$CD(100) = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{Luego:} \quad F_{(100)} = 5 = \frac{9+1}{2} = \frac{CD(100)+1}{2}$$

En general:

- 1) Si no interesa el orden de los factores:

$$F_{(N)} = \begin{cases} \frac{CD(N)}{2} & ; \text{ Si } CD(N) \text{ es par} \\ \frac{CD(N)+1}{2} & ; \text{ Si } CD(N) \text{ es impar} \end{cases}$$

- 2) Si interesa el orden de los factores:

$$F_{(N)} = CD(N)$$

iv) **Descomposición canónica del factorial de un número**

Ejemplo:

$$10! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$10! = 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$$

$$10! = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \dots\dots (DC)$$

Forma práctica: (divisiones sucesivas y se suman los cocientes)

Sea: $10! = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$

- Hallando "a":

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ \underline{5} \\ 2 \\ \underline{2} \\ 1 \end{array}$$

$a = 5 + 2 + 1 = 8$

- Hallando "b":

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 3} \\ \underline{3} \\ 3 \\ \underline{3} \\ 1 \end{array}$$

$b = 3 + 1 = 4$

- Hallando "c":

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 5} \\ \underline{2} \end{array}$$

$c = 2$

- Hallando "d":

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 7} \\ \underline{1} \end{array}$$

$d = 1$

FUNCIÓN DE EULER

Se llama también indicador de N , se define para todos los enteros positivos N y se denota: $\phi(N)$; $\phi(N)$. Nos indica la cantidad de números menores que N y PESI con N . También se dice que es la cantidad de números PESI con N que existen entre dos múltiplos consecutivos de N .

Ejemplos: i) Para el número primo 7

6 números menores que 7 y PESI con 7

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

Luego: $\phi(7) = 6$

ii) Para el número primo 13

12 números menores que 13 y PESI con 13

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12; 13

Luego: $\phi(13) = 12$

En general: Para el número primo p

$(p-1)$ números menores que p y PESI con p

1, 2, 3, ..., $(p-1)$, p

Luego:

$$\phi(p) = p - 1$$

iii) Para el número $8 = 2^3$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

4 números menores que 8 y PESI con 8

Luego: $\phi(8) = 4 = 2^2(2-1)$

iv) Para el número $9 = 3^2$

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

6 números menores que 9 y PESI con 9

Luego: $\phi(9) = 6 = 3(3-1)$

En general: Para el número cuya descomposición canónica sea p^a

$$\varnothing(p^a) = p^{a-1}(p-1)$$

v) Para el número $72 = 2^3 \cdot 3^2$

$$\varnothing(72) = \varnothing(2^3 \times 3^2) = \varnothing(2^3) \varnothing(3^2)$$

$$\varnothing(72) = 4 \cdot 6 = 24$$

vi) Para el número $200 = 2^3 \cdot 5^2$

$$\varnothing(200) = \varnothing(2^3 \cdot 5^2) = \varnothing(2^3) \cdot \varnothing(5^2)$$

$$\varnothing(2^3) = 2^2(2-1) = 4$$

$$\varnothing(5^2) = 5^1(5-1) = 20$$

Luego: $\varnothing(200) = 4 \cdot 20 = 80$

En general: Para el número $N = A^a \times B^b \times C^c \dots \dots \dots (DC)$

$$\varnothing(N) = A^{a-1}(A-1) \times B^{b-1}(B-1) \times C^{c-1}(C-1) \dots \dots \dots$$

PROPIEDAD

Si $N > 1$, la suma de los números PESI con N y menores que N es:

$$S = \frac{1}{2} N \times \varnothing(N)$$

TEOREMA DE EULER

Si $m > 1$ además a y m son PESI entonces:

$$a^{\varnothing(m)} = \overset{0}{m} + 1$$

Ejemplo: 6 y 25 son PESI

Luego: $6^{\varnothing(25)} = 25^{\overset{0}{}} + 1$; como $\varnothing(25) = 20$

$$6^{20} = 25^{\overset{0}{}} + 1$$

TEOREMA DE FERMAT

Si "p" es primo y $a \not\equiv p$; entonces:

$$a^{(p-1)} \equiv 1 \pmod{p}$$

Ejemplo: 5 es primo y $8 \not\equiv 5$, entonces:

$$8^4 \equiv 1 \pmod{5}$$

TEOREMA DE WILSON

Si "p" es primo, entonces:

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

Ejemplo: Como 13 es primo: $12! \equiv -1 \pmod{13}$

Además:

$$(p-2)! \equiv 1 \pmod{p}$$

Como 17 es primo: $15! \equiv -1 \pmod{17}$

NÚMERO PERFECTO

Se denomina así a aquel número natural que es igual a la suma de sus divisores propios.

Así, 6 es un número perfecto, porque sus divisores propios son: 1; 2 y 3, entonces, $1 + 2 + 3 = 6$

Los siguientes números perfectos son: 28; 496 y 8128.

El matemático Euclides descubrió que los números perfectos son de la forma:

$$2^{n-1}(2^n - 1)$$

Siempre que $(2^n - 1)$ sea primo, veamos:

$$n = 2 \rightarrow 2^{2-1} \cdot (2^2 - 1) = 2 \times 3 = 6 \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{primo} \end{array}$$

$$n = 5 \rightarrow 2^{5-1} \cdot (2^5 - 1) = 16 \times 31 = 496 \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{primo} \end{array}$$

$$n = 3 \rightarrow 2^{3-1} \cdot (2^3 - 1) = 4 \times 7 = 28 \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{primo} \end{array}$$

$$n = 7 \rightarrow 2^{7-1} \cdot (2^7 - 1) = 64 \times 127 = 8128 \quad \begin{array}{c} \nearrow \text{primo} \end{array}$$

Es cierto que si $(2^n - 1)$ es un número primo, entonces, $2^{n-1}(2^n - 1)$ es un número perfecto, pero lo contrario no necesariamente es cierto.



PROBLEMAS RESUELTOS

- Si $\overline{ab}$; a y b son números primos, determine la suma de los valores de $\overline{ba}$.
A) 170 B) 177 C) 187
D) 157 E) 180
- Si los números $\overline{6a}$; 42 y 70 son PESI, calcule la suma de valores de a .
A) 20 B) 19 C) 17
D) 22 E) 16
- Se cumple que:
$$\overline{abc6} = \underbrace{a^m \times (a+c)^n \times bb^p}_{DC}$$

Halle $m + n + p$
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
- Hallar la cantidad de divisores positivos que tiene el número $(n-4)n(n-1)_6$.
A) 8 B) 12 C) 16
D) 18 E) 6
- ¿Cuántas veces habrá que multiplicar por 12 a 420 para que el producto resultante tenga 180 divisores positivos?
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
- Al multiplicar por 33 el numeral:
 $M = 21 \times 11^n$ se duplica su cantidad de divisores; halle n .
A) 12 B) 2 C) 4
D) 3 E) 7
- El número $N = 2^a \times 5^3$ tiene 3 divisores positivos menos de $M = 3^b \times 5^a$, halle la diferencia positiva de estos números.
A) 1445 B) 1735 C) 1400
D) 1525 E) 1444
- Si el número: $N = 4 \times 3^n \times 6^4$. Tiene 60 divisores compuestos. Hallar el valor de " n ".
A) 7 B) 6 C) 5
D) 4 E) 3
- Si el numeral $M = \overline{aba}$; tiene 3 divisores. ¿Cuántos divisores tiene el número $\overline{bab}$?
A) 2 B) 5 C) 10
D) 4 E) 6
- La cantidad de divisores de 2880 múltiplos de 12 es.
A) 12 B) 16 C) 18
D) 20 E) 24
- Si $N = 360 \times 28^k$ tiene 456 divisores que son múltiplos de 70. Entonces K es:
A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9
- Si $M = 90^n$; tiene 64 divisores pares. ¿Cuántos divisores múltiplos de 5 tiene el número " M "?
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

13. Si: $M = 5^{2p} + 5^{2p+1} + 5^{2p+2} + 5^{2p+3}$, tiene 156 divisores. Hallar "p".

A) 2 B) 4 C) 6
D) 7 E) 9

14. Si: $M = 70^a \times 91^b$, tiene 520 divisores compuestos, determine la cantidad de divisores PESI con 2015.

A) 38 B) 37 C) 39
D) 32 E) 35

15. Si la suma de dos números primos p y q es 5, hallar la menor suma de los divisores positivos de $(p^2 \cdot q^3)$.

A) 195 B) 280 C) 120
D) 210 E) 140

16. Hallar la suma de todos los divisores de 9240 que sean primos relativos con 105. Dar como respuesta la suma de sus cifras.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

17. Calcular la suma de los divisores múltiplos de 3 del número 540.

A) 1240 B) 1638 C) 1720
D) 1800 E) 546

18. Halle el valor de "n" sabiendo que $6^n \times 25$ tiene como suma de divisores positivos compuestos, 2810.

A) 38 B) 37 C) 39
D) 32 E) 35

19. Si el producto de los divisores de un número $2^{18} \times 3^{12}$. Determinar la suma de las inversas de los divisores de dicho número.

A) $2\frac{13}{24}$ B) $2\frac{17}{24}$ C) 3
D) 2,5 E) $2\frac{11}{24}$

20. Si: $M = 60^n$ y el producto de divisores es 60^{45} . Halle "n".

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

21. La suma de tres números primos es 32, además, la diferencia del mayor y el menor de estos números resulta primo. Calcule la suma de cifras del primo intermedio.

A) 4 B) 8 C) 2
D) 5 E) 3

22. ¿Cuántos números de 3 cifras son primos relativos con 60?

A) 240 B) 235 C) 220
D) 225 E) 260

23. Si:
 $\overline{mm(2m)} = \overbrace{a^a \cdot b \cdot c}^{D.C.} \text{ y } \overline{npq} = \overbrace{n^2 \cdot p \cdot q}^{D.C.}$
 Calcule: $a + b + c + m + n + p + q$.

A) 30 B) 29 C) 26
D) 32 E) 20

24. Si: $N = 8^{x+2} - 8^x$; tiene 39 divisores positivos que no son primos, hallar la cantidad de divisores positivos múltiplos del mayor factor primo de N.
- A) 42 B) 21 C) 12
D) 24 E) 18
25. Si: $2^{3x+2} \cdot 3^{2x+3}$ tiene 15 divisores positivos múltiplos de 6 pero no de 4, hallar el valor de x.
- A) 4 B) 5 C) 6
D) 8 E) 9
26. Si: $T = 2 \times 3^a \times 7^b$ tiene 40 divisores positivos, cuya suma de cifras es 9 y 30 divisores positivos, cuya cifra de menor orden es par, halle el valor de "a + b".
- A) 8 B) 9 C) 10
D) 7 E) 11
27. ¿Cuántas cifras tiene el número: $4000 \dots 000_{(5)}$; sabiendo que la suma de todos sus divisores es 1092?
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
28. Si $2^a \cdot 9^b$ tiene $\overline{bb}$ divisores positivos, hallar la suma de los divisores positivos de $\overline{ba}^2$.
- A) 7651 B) 1093 C) 2360
D) 7524 E) 4725
29. Si $P = 9^n - 9^{n-2}$ tiene 86 divisores positivos compuestos, hallar el producto de los divisores positivos de P.
- A) $2^{180} \cdot 3^{360} \cdot 5^{45}$ B) $2^{180} \cdot 3^{60} \cdot 5^{45}$
C) $2^{80} \cdot 3^{360} \cdot 5^{45}$
D) $2^{160} \cdot 3^{360} \cdot 5^{40}$ E) $2^{360} \cdot 3^{180} \cdot 5^{40}$
30. La suma de los divisores de "N" es 28 veces la suma de los divisores de "M", hallar "a" si:
- $N = 2^a \times 6 \times 81$ $M = 2 \times 18^a$
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
31. Si: $M = a^a \times b^b \times c^{c-2} = \overline{1bc00}$; donde a; b y c son primos absolutos diferentes. Halle (b + c).
- A) 8 B) 6 C) 7
D) 10 E) 12
32. Si 64^n tiene K divisores ¿cuántos divisores tiene 512^n ?
- A) $\frac{3k-1}{3}$ B) $\frac{3k-2}{2}$ C) $\frac{3k-1}{2}$
D) $\frac{3k+1}{2}$ E) $\frac{3k+2}{2}$
33. ¿Cuántos divisores naturales como mínimo tiene el número $\overline{ab0ab}$, si $\overline{ab}$ es primo?
- A) 30 B) 29 C) 26
D) 32 E) 20

34. Hallar la suma de las cifras del menor número que tenga 20 divisores.

A) 6 B) 16 C) 11
D) 15 E) 12

35. Hallar el menor número de 4 cifras que termina en 25 y que tiene 15 divisores. Dar la suma de sus cifras.

A) 12 B) 10 C) 9
D) 13 E) 11

36. Hallar el valor de la cifra "a" del número $\overline{abcd}$, si sabemos que tiene 14 divisores y que $a + c = b + d = 9$.

A) 4 B) 6 C) 7
D) 9 E) 8

37. ¿Cuántos divisores de 120^9 son cuadrados perfectos?

A) 300 B) 30 C) 350
D) 35 E) 450

38. ¿Cuántos divisores cuadrados y cubos perfectos tiene $2^{13} \times 3^7 \times 5^6 \times 7^3$?

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 18

39. Dos números A y B se llaman números amigos si y solo si:

$SD(A) = SD(B) = A + B$.
determinar el número amigo de 5020

A) 6084 B) 5524 C) 3384
D) 4384 E) 5564

40. Encontrar dos números primos p y q tal que la suma de todos los divisores del número: $N = 32 \times p \times q$ sea el triple de N. Dar como respuesta $(p+q)$; siendo $p \neq q \neq 2$.

A) 12 B) 10 C) 18
D) 8 E) 16

41. Si $R = 16p + 4m + n$, donde m, n y p son números naturales menores que 4 y mayores que cero; ¿cuántos valores de R serán números primos?

A) 6 B) 12 C) 10
D) 14 E) 20

42. Sean $M = 14^\alpha \cdot 4^\beta$ y $N = 15^\beta \cdot 25^\alpha$, donde β es primo. Si el número de divisores positivos de M que son múltiplos de 14, excede en 35 unidades al número de divisores positivos de N que son múltiplos de 15, calcular la suma de cifras de α .

A) 6 B) 4 C) 5
D) 10 E) 9

43. Sea $N = p^{5r} \cdot q^{3q} \cdot r^{2p}$; donde p, q y r son números primos. Si la cantidad de divisores positivos de N que no son números primos es 1207, hallar la suma de los divisores positivos de:

$[(p-q)^r \cdot p^q]$

A) 625 B) 1024 C) 1092
D) 724 E) 300

44. Sea M un número entero. La cantidad y la suma de todos los divisores positivos de M son 6 y 124 respectivamente, si M admite solo dos divisores primos, hallar M .
- A) 425 B) 45 C) 75
D) 65 E) 175
45. Si un número descompuesto en sus factores primos es de la forma $N = a^3 \times b^6$. Diga ¿Por cuál número hay que dividirlo de modo que el número de sus divisores disminuya en 20?
- A) a^2b^2 B) ab^2 C) a^2b^3
D) a^3b^3 E) ab^4
46. ¿Cuál es el menor número $\overline{abc}$ que cumple la suma:
 $\overline{abc} + 2 \times \overline{abc} + \dots + 100 \times \overline{abc}$
Posee 36 divisores?
- A) 100 B) 121 C) 106
D) 144 E) 196
47. ¿Cuántos rectángulos, cuyos lados miden un número entero en centímetros, tiene un área igual a $1,68m^2$?
- A) 144 B) 72 C) 36
D) 18 E) 24
48. Sea n un número primo.
Si: $P = 10^3 \times 3^n$ tiene 2400 primos relativos menores que él, hallar el valor de n .
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
49. La descomposición canónica de un número N es $2^4 \times p^a \times q^b$, si N tiene 56 divisores positivos compuestos y la suma de sus divisores positivos es 62868, determine el producto de las cifras significativas de la cantidad de números enteros positivos menores que N y primos relativos con él.
- A) 32 B) 42 C) 48
D) 36 E) 56
50. De los 1200 primeros números enteros positivos; indicar la cantidad de números PESI con 1800.
- A) 540 B) 560 C) 360
D) 320 E) 120
51. Hallar el producto de los divisores de 10164 que sean primos entre si con 114.
- A) 847 B) 847^2 C) 847^3
D) 847^4 E) 847^5
52. Si el número $N = 90^k$ tiene 84 divisores pares. ¿Cuántos divisores impares tiene N ?
- A) 625 B) 1024 C) 1092
D) 724 E) 300
53. Hallar un número que posee 20 divisores de los cuales 2 son primos absolutos, 16 son múltiplos de 2 y 15 son múltiplos de 3.
- A) 684 B) 216 C) 288
D) 111 E) 432

54. Si $\overline{ab}$ tiene $\overline{c(2c)}$ divisores y $\overline{ab^2}$ tiene $\overline{(3c)(3c)}$ divisores. ¿Cuántos divisores tendrá $\overline{ab^3}$?
- A) 64 B) 76 C) 88
D) 100 E) 112
55. Si: $\overline{abcd} = \underbrace{m^2 \cdot n^2 \cdot p}_{\text{D.C.}}$
además, $a+b+c+d = 18$ y $b+d = a+c$,
calcule la diferencia del mayor y
menor número que cumpla con dichas
condiciones.
- A) 4284 B) 3226 C) 4148
D) 5445 E) 5148
56. Si la suma de divisores simples de:
 $N = \underbrace{a^n \times b \times c}_{\text{D.C.}}$ es 20 y la suma de los
divisores compuestos es 916, calcule
la suma de cifras de N.
- A) 9 B) 15 C) 27
D) 32 E) 18
57. Si el producto de los divisores del
número N es $2^{60} \cdot 3^{30} \cdot 7^{30} \cdot 10^{60}$, ¿Cuál
será la suma de los divisores de N que
son múltiplos de 28 pero que son
primos con 55?
- A) 196 B) 784 C) 864
D) 868 E) 912
58. ¿Cuántos números primos en $\mathbb{Z}^+$ que
se escriben con dos cifras en el sistema
heptanario son coprimos con 418?
- A) 10 B) 12 C) 16
D) 18 E) 14
59. Sea A el menor número múltiplo de 7
y con 12 divisores, y B el mayor
número de 3 cifras que tiene 14
divisores propios. Calcule la cantidad
de divisores compuestos de $A \times B$.
- A) 56 B) 53 C) 52
D) 51 E) 50
60. ¿Cuántos polígonos de lados enteros
en metros existen, tal que su perí-
metro sea 4020 metros?
- A) 20 B) 22 C) 21
D) 24 E) 18
61. Indique el valor de verdad de cada
enunciado:
- I. Existen 10 números primos tal que
al ser expresados a base 4 tienen 3
cifras.
- II. El residuo de dividir: $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times$
 $11 \times 13 \times 17 \dots$ (10 factores) entre 60
es 1.
- III. Si 21×15^n , tiene 20 divisores
compuestos, entonces n es 3.
- IV. El número 360 tiene 9 divisores
naturales múltiplos de 2 pero no
múltiplos de 5.
- A) VVVV B) VFVV C) VFFV
D) FFVF E) FFFV
62. Hallar el número natural n que es el
producto de los primos p, q y r
sabiendo que $r - q = 2p$ y
 $rq + p^2 = 676$.
- A) 1311 B) 1771 C) 1779
D) 1982 E) 2001

63. Si p y $(p^2 + 8)$ son números primos. La cantidad de divisores de $(p^3 + 8)^4$ es:

A) 25 B) 35 C) 45
D) 65 E) 107

64. Indicar si $6367^4 + 4$ es primo o no y dar el residuo al dividir: $\frac{6367^4 + 4}{4}$

A) Es primo, residuo 1
B) No es primo, residuo 1
C) Es primo, residuo 2
D) No es primo, residuo 2
E) No es primo, residuo 3

65. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

I. Si a y m son PESI, m y b son PESI entonces a y b son PESI.

II. Si a y b son enteros PESI entonces a y $(ma + nb)$ son PESI $\forall m, n \in \mathbb{Z}^+$.

III. Si: $A_1, A_2, \dots, A_k$ son números PESI 2 a 2, entonces $A_1, A_2, \dots, A_k$ son números PESI.

A) Sólo I B) Sólo II C) Sólo III
D) I y III E) II y III

66. Si $a\overline{b}$; $b\overline{1}$ y ba son PESI 2 a 2. ¿Cuántos numerales de la forma $\overline{ab}$ cumplen con dicha condición?

A) 21 B) 24 C) 23
D) 20 E) 18

67. Se trata de saber si "N" es primo o compuesto, para eso se debería dividirlo entre los 11 primeros primos de menor a mayor; sin embargo, la última división no fue necesaria ya que en la anterior se observó que "N" es compuesto. Halle el producto de las cifras de N; si además al expresarlo en base 3 acaba en 02.

A) 0 B) 105 C) 648
D) 18 E) 145

68. Se tiene la descomposición canónica $\overline{ab5} = c \times \overline{d(b-1)}$, si además se cumple $c + \overline{d(b-1)} = \overline{e2}$ y $d < 9$. Halle: $(a + b + c + d + e)$.

A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 23

69. ¿Cuántos de los divisores de 2160 tienen al 2 como cifra de tercer orden?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

70. Sabiendo que el número 252 tiene como divisores a los números a ; b ; $\overline{ab}$ y $\overline{ba}$; ¿Cuántos valores puede tomar la cifra a ?

A) Ninguno B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

71. ¿Cuántas cifras ceros tiene el siguiente número $100100\dots00_{(3)}$ sabiendo que tiene 30 divisores?

A) 4 B) 5 C) 6
D) 7 E) 8

72. Si $48 \times 64^a \times 27^b$ tiene 136 divisores más que la cantidad de divisores que tiene el número $\overline{51x7y}$ el cual es múltiplo de 77. Hallar $a + b$.

A) 12 B) 10 C) 9
D) 13 E) 11

73. Si 667^{k+1} tiene $\overline{1(k-4)(k+2)}$ divisores enteros (positivos y negativos). ¿Cuántos divisores positivos impares tiene $\overline{kk^k}$?

A) 48 B) 49 C) 50
D) 51 E) 52

74. Si $255!$ tiene k divisores, ¿Cuántos divisores tiene $256!$?

A) $k + 1$ B) $2k + 1$ C) $\frac{2k+3}{2k+1}$
D) $\frac{32}{31}k$ E) $\frac{64}{33}k$

75. De los divisores naturales del número $N = 2^a \times 3^b \times 5^c$ se sabe que 15 son múltiplos de 2 pero no de 4; 12 son múltiplos de 3 pero no de 9 y 20 son múltiplos de 5 pero no de 25, entonces $(a + b + c)$ es:

A) 6084 B) 5524 C) 3384
D) 4384 E) 5564

76. Un número de 5 cifras tiene 30 divisores y es tal que si se divide dicho número entre 9 y 8 da como residuos 3 y 4 respectivamente. ¿Cuál es el residuo que se obtiene al dividir dicho número entre 11?

A) 5 B) 6 C) 7
D) 3 E) 9

77. Un número posee 89 divisores propios de los cuales 4 son simples que suman 11; además tiene 15 divisores impares, de los cuales 5 son PESI con 5. ¿Cuántos divisores de dicho número terminan en cifra 2?

A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 8

78. Si $N = 2^{3n} \cdot 3^{2n-4} \cdot 5^{n+3} \cdot 7^{2n+1} \cdot 11^2$ tiene 1920 divisores cuadrados perfectos. ¿Cuántos divisores cubos perfectos y primos con 2023 tiene el número N ; si n es impar?

A) 30 B) 42 C) 46
D) 54 E) 60

79. Determine la suma de las cifras del menor número positivo que tenga 81 divisores positivos, sabiendo además que la suma de dichos divisores es 160797.

A) 9 B) 12 C) 15
D) 19 E) 21

80. Si $aa \times bb \times cc$ es la descomposición canónica de N y la suma de divisores naturales de $P = a^3 \times b^3 \times c^3$ que son divisibles entre $b^2 \times c$ es 741312; halle la cantidad de divisores naturales del número N .

A) 144 B) 180 C) 288
D) 360 E) 720

81. La suma de los divisores positivos del número A sin considerar el mismo número es 55 y la suma de las inversas de todos sus divisores positivos es $\frac{91}{36}$.

Si N posee $\frac{A}{6}$ divisores primos positivos.

¿De cuántas maneras se puede descomponer N como el producto de 2 factores primos relativos positivos?

A) 8 B) 16 C) 24
D) 32 E) 64

82. La suma de divisores de un número es 614 y el producto de sus divisores es $312 \times 56 \times 76$, se sabe que el número tiene 12 divisores naturales. Halle la suma de los divisores que no son múltiplos de 7.

A) 72 B) 78 C) 80
D) 84 E) 90

83. Sea N el menor múltiplo positivo de 201, tal que el producto de sus divisores sea igual a N^{201} . Entonces N es:

A) $67 \times 2^{10} \times 3^{66}$ B) $67 \times 2^{66} \times 3^{10}$
C) $67 \times 2^{57} \times 3^{10}$
D) 603×2^{66} E) 201×3^{66}

84. Si $N = \overline{abc} = a^m \times b^n \times c^p$ es la descomposición canónica de N determine cuántos números comprendidos entre 100 y 700 son PESI con $a+b+c$.

A) 310 B) 320 C) 330
D) 340 E) 350

85. Sabiendo que: $N = \overline{a(b+1)0c}$ ($0 =$ cero) cuya descomposición canónica es $\overline{b(b+1)} \times \overline{cc} \times \overline{dd}$. Calcule el residuo que se obtiene de dividir E entre 17. Siendo:

$$E = \overline{a0b^{c(d-1)}} + \overline{a0b^{2 \times c(d-1)}} + \overline{a0b^{3 \times c(d-1)}} + \dots + \overline{a0b^{39 \times c(d-1)}}$$

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

86. Halle el producto de las tres últimas cifras al representar 562^{201} en base 5.

A) 4 B) 8 C) 7
D) 2 E) 6

87. Calcule el residuo de dividir:

$$(59!)^{ab09} \text{ entre } 61.$$

A) 3 B) 1 C) 2
D) 5 E) 21

88. Se construye la tabla de divisores de un número que sólo tiene 2 factores primos, resultando una tabla de 4×3 (4 filas y tres columnas). Sabiendo que el cociente del mayor elemento de la cuarta fila entre el menor elemento de la tercera fila es 175; determine la suma de los divisores naturales de dicho número.

A) 12400 B) 12600 C) 12450
D) 15200 E) 14650

89. ¿En cuántos ceros termina:

$$\frac{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times (5^{10})!}{D.C.}$$

- A) 2442 B) 244141
C) 584321
D) 2441407 E) 2441502

90. Si $\overline{abcd00}$ tiene 6 divisores simples, además $a+b+c+d$ es múltiplo de 9 y $d + 6a + 2b + 3c$ es múltiplo de 7. Calcule la suma del mayor y el menor valor que toma $\overline{abcd}$. Además $\overline{abcd00}$ tiene 108 divisores.

- A) 12315 B) 17497 C) 10962
D) 11025 E) 10710

91. Se cumple que: $N = \underbrace{a^n \times b \times c}_\text{Descomposición Canónica}$ y

SD (N) = $14 \times$ CD (N). Además:

$ab = 4c+3$; calcule la suma de cifras de N.

- A) 9 B) 6 C) 12
D) 8 E) 15

92. Si de los primeros 1200 números naturales existen $\overline{abc}$ números PESI con 24. ¿Cuántos números de la forma $\overline{mn(m+4)}$ son PESI con $\overline{abc}$?

- A) 20 B) 42 C) 40
D) 43 E) 44

93. Se cumple que:

$$\overline{a0bcb} = \overline{m3 \times (5+m)^2 \times (b-c)^3 \times m}$$

Descomposición Canónica

¿Cuántos divisores pares que son cuadrados perfectos tiene $\overline{bca^m}$?

- A) 20 B) 42 C) 40
D) 43 E) 44

94. Se sabe que $N = 40^k + 440^k$ tiene 72 divisores múltiplos de 3 y de 5 y coprimos con 37. Además, la suma de sus divisores impares y primos relativos con 80, al expresarse en ciertas bases, termina en cifra 8, ¿cuántas bases cumplen con dicha condición?

- A) 7 B) 9 C) 12
D) 10 E) 8

95. Si el producto de divisores de N es $a^{36} \cdot b^{60}$, además, la suma de divisores de N PESI con b es 40, calcule la suma de las inversas de $M = a^3 \cdot b$ (aproximadamente) si a y b son primos, además: $(b-a)^2 = (a-2)(b-1)$

- A) 1,2 B) 0,124 C) 0,106
D) 1,693 E) 0,234

96. Existen n m polígonos regulares diferentes de lados enteros, en cm; tales que su semi perímetro es 5544 cm. ¿Cuántos rectángulos cuyos lados son enteros, en cm, y PESI existen de modo que su área sea: cm^2 ?

A) 2048 B) 1024 C) 4096
D) 512 E) 2047

97. La relación entre la cantidad de divisores de: $A = \overline{ab} \cdot \overline{ba}^n$ y la de $B = \overline{ba} \cdot \overline{ab}^n$ es $7/6$. Los 4 divisores simples de A suma $\overline{b(a+1)}$ y su producto es el doble de $\overline{ab}$, calcular " n ".

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

98. El número A tiene 140 divisores; de los cuales 136 son compuestos; 84 son múltiplos de 9 y 120 terminan en 5. ¿En cuántos ceros termina el factorial de la cantidad de divisores de a que no son múltiplos de 3 ni tampoco de 5; al ser expresado en base 6? ("A" es impar).

A) 12 B) 13 C) 15
D) 17 E) 19

99. Sea " P " un número impar no múltiplo de 11. Calcule la última cifra al expresar: $N = 3 \cdot P^{10} + 15 \cdot P^{20} + 35 \cdot P^{30} + \dots + 5183 \cdot P^{360}$ en base 88.

A) 4 B) 8 C) 7
D) 2 E) 6

100. Cuando el número $N = (17!)^2$ se expresa en el sistema de numeración de base 37, ¿Cuál es su cifra de primer orden?

A) 0 B) 1 C) 25
D) 32 E) 33

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Se tiene los números primos $\overline{ab}$ y b .

Como a y b son cifras, solo pueden tomarlos valores de:

$$2; 3; 5; 7$$

pero $\overline{ab}$ es primo $\rightarrow b \neq 2$

Luego valores de:

$$\overline{ab} = \{23; 37; 53; 73\}$$

Hallando la suma de valores de $\overline{bq}$:

$$32 + 73 + 35 + 37 = 177$$

Rpta.: B

Resolución 2:

Como los números $\overline{6a}$, 42 y 70 son PESI, el único divisor común que debe tener es la unidad.

Analizando los divisores de los números

#	divisores Z^+
$\overline{6a}$	1;; $\overline{6a}$
42	1; 2; 3; 6; 7; 14; 21; 42
70	1; 2; 5; 7; 10; 14; 35; 70

Se observa que:

$\overline{6a} \neq 2$, ya que si lo fuera, los números también tendrían como divisor común al número 2.

$$\Rightarrow a \neq 0 \neq 2 \neq 4 \neq 6 \neq 8$$

$\overline{6a} \neq 7$; ya que si lo fuera, los números también tendrían como divisor común al número 7.

$$\Rightarrow a \neq 3$$

Hallando la suma de valores de "a":

$$1 + 5 + 7 + 9 = 22$$

Rpta.: D

Resolución 3:

Se tiene la descomposición canónica de:

$$\overline{abc6} = a^m \cdot (a+c)^n \times \overline{bb}^p$$

Como $\overline{abc6}$ es par $\rightarrow a = 2$

Como $\overline{bb}$ es primo $\rightarrow b = 1$

Luego, reemplazando:

$$\overline{21c6} = 2^m \times (2+c)^n \times 11^p \quad \dots(\alpha)$$

Se observa que:

$$\begin{array}{c} - + - + \\ \overline{21c6} = 11 \end{array}$$

$$5 - c = 11 \rightarrow c = 5$$

En (α) :

$$2156 = 2^2 \times 7^2 \times 11^1$$

$$\rightarrow m = 2, n = 2; p = 1$$

$$\therefore m + n + p = 5$$

Rpta.: A

Resolución 4:

Se tiene el número $(n-4)n(n-1)_{(6)}$

Como:

$$0 < (n-4) \wedge n < 6 \rightarrow n = 5$$

Luego:

$$(n-4)n(n-1)_{(6)} = 154_{(6)} = 1 \times 6^2 + 5 \times 6 + 4 = 70$$

Hallando su descomposición canónica:

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$\therefore CD(70) = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

Rpta.: A

Resolución 5:

Por dato; $CD(N) = 180$; siendo :

$$N = 420 \times \underbrace{12 \times 12 \times \dots \times 12}_{\text{"x" veces}}$$

$$N = 420 \times 12^x = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2^{2x} \times 3^x$$

$$N = 2^{2x+2} \times 3^{x+1} \times 5^1 \times 7^1 \dots (dc)$$

$$\Rightarrow \underbrace{CD(N)} = (2x+3)(x+2) \times 2 \times 2$$

$$180 = \frac{(2x+3)}{9} \frac{(x+2)}{5} \times 4 \rightarrow x = 3$$

$\therefore$ Se tiene que multiplicar 3 veces

Rpta.: C

Resolución 6:

Se tiene:

$$M = 21 \times 11^n = 3^1 \times 7^1 \times 11^n \rightarrow CD(M) = 4(n+1)$$

Al multiplicar a M por 33:

$$33M = 33 \times 3 \times 7 \times 11^n = 3^2 \times 7^1 \times 11^{n+1} \rightarrow CD(33M) = 6(n+2)$$

Por dato:

$$CD(33M) = 2 \times CD(M)$$

$$6(n+2) = 2 \times 4(n+1)$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

Resolución 7:

Se tiene:

$$N = 2^a \times 5^3 \rightarrow CD(N) = (a+1)4$$

$$M = 3^b \times 5^a \rightarrow CD(M) = (b+1)(a+1)$$

Por dato:

$$CD(M) - CD(N) = 3$$

$$(b+1)(a+1) - (a+1) \times 4 = 3$$

$$\underbrace{(a+1)}_3 \underbrace{[b+1-4]}_1 = 3 \rightarrow a = 2 \wedge b = 4$$

Luego:

$$N = 2^2 \times 5^3 = 500$$

$$M = 3^4 \times 5^2 = 2025$$

$$\therefore M - N = 1525$$

Rpta.: D

Resolución 8:

Se tiene:

$$N = 4 \times 3^n \times 6^4 = 2^2 \times 3^n \times 2^4 \times 3^4$$

$$N = 2^6 \times 3^{n+4} \dots (\text{dc})$$

Se sabe que:

$$CD(N) = 1 + \underbrace{CD_{\text{prim}}}_2 + \underbrace{CD_{\text{comp}}}_{60}$$

$$\Rightarrow 7 \times (n+5) = 63 \rightarrow n = 4$$

$$\therefore n = 4$$

Rpta.: E

Resolución 9:

Se tiene $M = \overline{aba}$

Como $CD(M) = 3 \rightarrow \overline{aba} = p^2 \dots (\text{dc})$

Se observa que $p = 11$:

$$\Rightarrow \overline{aba} = 11^2 = 121$$

Luego:

$$\overline{bab} = 212 = 2^2 \times 53^1 \dots (\text{dc})$$

$$\therefore CD(212) = 3 \times 2 = 6$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 09**Resolución 10:** Se tiene el número:

$$N = 2880$$

$$N = 2^6 \times 3^2 \times 5^1 \dots (\text{dc})$$

Como se quiere CD_{12}° de N ; dándole forma:

$$N = 2^2 \times 3^1 \times \underbrace{2^4 \times 3^1 \times 5^1}_{M}$$

$$\therefore CD_{12}^{\circ} \text{ de } N = CD_{(M)} = 5 \times 2 \times 2 = 20$$

Rpta.: D**Resolución 11:** Por dato:

$$N = 360 \times 28^k = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \times 2^{2k} \times 7^k$$

$$\Rightarrow N = 2^{2k+3} \times 3^2 \times 5^1 \times 7^k \dots (\text{dc})$$

Como CD_{70}° de $N = 456$; dándole forma:

$$N = 2^1 \times 5^1 \times 7^1 \times \underbrace{2^{2k+2} \times 3^2 \times 7^{k-1}}_M$$

$$\Rightarrow CD_{70}^{\circ} \text{ de } N = CD(M)$$

$$456 = (2k + 3) \times 3 \times k$$

$$152 = \underbrace{(2k + 3)}_{15} \times \underbrace{k}_{8}$$

$$\therefore k = 8$$

Rpta.: D**Resolución 12:** Se tiene:

$$M = 90^n = (2^1 \times 3^2 \times 5^1)^n$$

$$M = 2^n \times 3^{2n} \times 5^n \dots (\text{dc})$$

Por dato:

$$CD_{\text{pares de } M} = 84$$

$$\Rightarrow CD_2^{\circ} \text{ de } M = 84$$

Dandole forma:

$$M = 2^1 \times [2^{n-1} \times 3^{2n} \times 5^n]$$

$$\Rightarrow CD_2^{\circ} \text{ de } M = \underbrace{n}_{3} \times \underbrace{(2n+1)}_7 \times \underbrace{(n+1)}_4$$

$$84 = n(2n+1)(n+1) \rightarrow n = 3$$

Reemplazando en la dc:

$$M = 2^3 \times 3^6 \times 5^3 \text{ la } CD_2^{\circ} \text{ de } M$$

Como se quiere:

$$M = 5 \times [2^3 \times 3^6 \times 5^2]$$

$$CD_5 \text{ de } M = 4 \times 7 \times 3 = 84$$

Rpta.: B

Resolución 13:

Hallando la descomposición canónica de M:

$$M = 5^{2p} + 5^{2p+1} + 5^{2p+2} + 5^{2p+3}$$

$$M = 5^{2p}(1 + 5^1 + 5^2 + 5^3)$$

$$M = 5^{2p}(156)$$

$$\Rightarrow M = 5^{2p} \times 2^2 \times 3^1 \times 13^1 \quad \dots (dc)$$

Por dato, $CD(M) = 156$; entonces:

$$(2p+1) \times 3 \times 2 \times 2 = 156 \rightarrow p = 6$$

$$\therefore p = 6$$

Rpta.: C

Resolución 14:

Se tiene:

$$M = 70^a \times 91^b$$

$$M = 2^a \times 5^a \times 7^a \times 7^b \times 13^b$$

$$\Rightarrow M = 2^a \times 5^a \times 7^{a+b} \times 13^b \quad \dots (dc)$$

Como $CD_{comp} = 520$, entonces:

$$CD(M) = 1 + \underbrace{CD_{prim}}_4 + \underbrace{CD_{comp}}_{520}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(a+1)}_5 \underbrace{(a+1)}_5 \underbrace{(a+b+1)}_7 \underbrace{(b+1)}_3 = 525 \rightarrow a = 4 \wedge b = 2$$

Reemplazando en la dc:

$$M = 2^4 \times 5^4 \times 7^6 \times 13^2$$

Como se quiere la CD_M PESI con 2015:

$$2015 = 5 \times 13 \times 31$$

Se observa que los divisores de M que se buscan no pueden ser 5 ni 13 luego:

$$M = 2^4 \times 5^{\textcircled{4}} \times 7^{\textcircled{6}} \times 13^{\cancel{2}}$$

$$\therefore CD_M \text{ PESI con 2015} = 5 \times 7 = 35$$

Rpta.: E

Resolución 15:

Se tiene los números primos p y q tal que:

$$\frac{p}{2} + \frac{q}{3} = 5$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{2}$$

Como se quiere la menor suma de los divisores de $(p^2 \times q^3)$

$$\rightarrow p = 3 \wedge q = 2$$

Luego:

$$p^2 \times q^3 = 3^2 \times 2^3 = 72$$

$$\therefore SD(72) = \left[\frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right] \times \left[\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \right] = 195$$

Rpta.: A

Resolución 16:

Se tiene el número:

$$N = 9240$$

$$N = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \dots e^0$$

Como se quiere la $SD_{N \text{ PESI con } 105}$:

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$

Se observa que los divisores de N no pueden ser $\overset{3}{3}$, ni $\overset{5}{5}$, ni $\overset{7}{7}$:

Luego:

$$N = 2^3 \times \cancel{3^1} \times \cancel{5^1} \times \cancel{7^1} \times 11^1$$

$$SD_{N \text{ PESI con } 105} = \left[\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{11^2 - 1}{11 - 1} \right] = 180$$

Piden:

$$1 + 8 + 0 = 9$$

Rpta.: D**Resolución 17:**

Se tiene:

$$N = 540$$

$$\Rightarrow N = 2^2 \times 3^3 \times 5^1 \dots (\text{dc})$$

Dandole forma para hallar los divisores $\overset{3}{3}$ de N :

$$N = 3^1 \times \underbrace{[2^2 \times 3^2 \times 5^1]}_M$$

$$\Rightarrow SD_{3 \text{ de } N} = 3 \times SD(M)$$

$$SD_{3 \text{ de } N} = 3 \times \left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right] \left[\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right]$$

$$\therefore SD_{3 \text{ de } N} = 1638$$

Rpta.: B

Resolución 18:

Se tiene el número:

$$n = 6^n \times 25$$

$$\Rightarrow N = 2^n \times 3^n \times 5^2 \quad \dots(\text{dc})$$

Por dato:

$$SD_{\text{comp}} = 2810$$

Sabemos que:

$$SD(N) = 1 + \underbrace{SD_{\text{prim}}}_{10} + \underbrace{SD_{\text{comp}}}_{2810}$$

$$\Rightarrow \underbrace{SD(N)} = 2821$$

$$\left[\frac{2^{n+1}-1}{2-1} \right] \left[\frac{3^{n+1}-1}{3-1} \right] \left[\frac{5^3-1}{5-1} \right] = 2821$$

$$\left[2^{n+1}-1 \right] \left[\frac{3^{n+1}-1}{2} \right] [3] = 2821$$

$$\left[2^{n+1}-1 \right] [3^{n+1}-1] = 182 \rightarrow n = 2$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: A**Resolución 19:**

Seale#: N

Por dato:

$$\underbrace{PD(N)} = 2^{18} \times 3^{12}$$

$$N \frac{CD(N)}{2} = (2^3 \times 3^2)^6$$

Dándole forma:

$$N \frac{CD(N)}{2} = (2^3 \times 3^2)^6$$

Se observa que:

- $N = 2^3 \times 3^2 \rightarrow N = 72$
- $CD(N) = 12$

Luego:

$$N = 2^3 \times 3^2 \rightarrow N = 72$$

Hallando la $SD(N)$:

$$SD(N) = \left[\frac{2^4 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right] = 195$$

Hallando la $SID(N)$:

$$SID(N) = \frac{SD(N)}{N} = \frac{195}{72}$$

$$\therefore SID(N) = \frac{65}{24} = 2\frac{17}{24}$$

Rpta.: B

Resolución 20:

Se tiene:

$$M = 60^n$$

$$\Rightarrow M = 2^{2n} \times 3^n \times 5^n \quad \dots(dc)$$

También:

$$PD(M) = 60^{45}$$

$$PD(M) = (2^2 \times 3^1 \times 5^1)^{45}$$

Dandole forma:

$$\frac{CD(M)}{M^2} = (2^2 \times 3^1 \times 5^1)^{2 \times 45}$$

$$\frac{CD(M)}{M^2} = (2^4 \times 3^2 \times 5^2)^{45}$$

Se observa que:

$$M = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \rightarrow CD(M) = 45$$

$$2^{2n} \times 3^n \times 5^n = 2^4 \times 3^2 \times 5^2 \rightarrow n = 2$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B

Resolución 21:

Sean los números primos ordenados de menor a mayor:

$$a ; b ; c$$

Por dato:

$$\underbrace{a}_{\text{par}} + \underbrace{b}_{\text{impar}} + \underbrace{c}_{\text{impar}} = \overbrace{32}^{\text{par}} \rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow \underbrace{b}_{7} + \underbrace{c}_{23} = 30$$

$$11 \quad 19$$

$$13 \quad 17$$

También:

$$c - \frac{a}{2} = \text{primo} \rightarrow c = 19$$

$$\rightarrow b = 11$$

Piden:

$$1 + 1 = 2$$

Rpta.: C**Resolución 22:**Sean los números de la forma $\overline{abc}$ Como $\overline{abc}$ PESI con $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

$$\rightarrow \overline{abc} \neq \overset{2}{2} \neq \overset{3}{3} \neq \overset{5}{5}$$

Sabe que los números de 3 cifras son:

$$\underbrace{100; 101; 102; \dots; 999}_{900 \#_s}$$

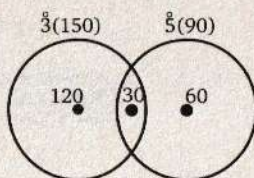
Eliminando los 2, quedan:

$$\underbrace{101; 103; 105; \dots; 999}_{450 \#_s}$$

De ellos:

$$\bullet \overset{3}{3} : \frac{450}{3} = 150 \quad \bullet \overset{5}{5} : \frac{450}{5} = 90 \quad \bullet \overset{15}{15} : \frac{450}{15} = 30$$

Gráficando:



Eliminando los $\bar{3}$ $\bar{5}$, quedan:

$$450 - (120 + 30 + 60) = 240 \#_s$$

$\therefore$ Valores de $\overline{abc}$: 240

Rpta.: A

Resolución 23: Se tiene:

$$\overline{mm(2m)} = a^{\alpha} \times b \times c \quad \dots(D.C)$$

$$112m = a^{\alpha} \times b \times c$$

$$2^4 \times 7 \times m = a^{\alpha} \times b \times c \quad \dots(D.C)$$

$$\rightarrow a = 2; b = 7; c = m$$

Se observa que "m" es primo:

$$m \neq 2 \wedge (2m) < 10 \rightarrow m = 3$$

$$\rightarrow c = 3$$

También:

$$\overline{npq} = n^2 \times p \times q \quad \dots(D.C)$$

Se observa que n; p y q son primos y cifras; sus valores solo pueden ser:

$$2; 3; 5 \text{ o } 7$$

Si $\overline{npq} = 5 \rightarrow q = 5; n \neq 2; p \neq 2$ ya que en la D.C:

$$\overline{npq} = \dots 0$$

Luego:

$$\begin{array}{l} \overline{npq} \rightarrow 375 = 5^3 \times 3 \quad \times \\ \overline{npq} \rightarrow 735 = 7^2 \times 3 \times 5 \quad \checkmark \end{array}$$

$$\rightarrow n=7; p=3; q=5$$

$$\therefore a+b+c+m+n+p+q=30$$

Rpta.: A

Resolución 24:

Se tiene:

$$N = 8^{x+2} - 8x$$

$$N = 8^x(8^2 - 1)$$

$$N = 2^{3x} \times 3^2 \times 7^1 \dots (dc)$$

Se sabe que:

$$CD(N) = CD_{\text{primos}} + CD_{\text{primos}}$$

$$(3x+1) \times 3 \times 2 = 3 + 39 \rightarrow x = 2$$

Reemplazando en la dc:

$$N = 2^6 \times 3^2 \times 7^1 = 7 \times [2^6 \times 3^2]$$

$$\therefore Cd_7 = 7 \times 3 = 21$$

Rpta.: B

Resolución 25:

Se tiene:

$$N = 2^{3x+2} \times 3^{2x+3}$$

Como se quiere los divisores 6^6 pero no 4^4 :

$$N = 2^1 \times 3^1 \times [2^{3x+1} \times 3^{2x+2}]$$

Por dato:

$$\underbrace{CD_6^2 \text{ pero no } 4^4 \text{ de } N}_{2x+3} = 15$$

$$2x+3=15$$

$$\therefore x=6$$

Rpta.: C

Resolución 26:

Se tiene:

$$T = 2 \times 3^a \times 7^b$$

Como T tiene 40 divisores cuya suma de cifras es 9

$$\Rightarrow CD_9 = 40$$

Luego:

$$T = 3^2 \times [2^1 \times 3^{a-2} \times 7^b]$$

$$\Rightarrow CD_9 = 2 \times (a-1)(b+1) = 40 \rightarrow (a-1)(b+1) = 20$$

Como T tiene 30 divisores cuya cifra de menor orden es par:

$$\Rightarrow CD_2 = 30$$

Luego:

$$T = 2 \times [3^a \times 7^b]$$

$$\Rightarrow CD_2 = (a+1)(b+1) = 30 \rightarrow (a+1)(b+1) = 30$$

Resolviendo a:

$$a = 5 \wedge b = 4$$

$$\therefore a + b = 9$$

Rpta.: B**Resolución 27:**

Sea el número:

$$N = \underbrace{400 \dots 0}_{x \text{ cifras}}_{(5)}$$

Descomponiendo polinómicamente:

$$N = 4 \times 5^{x1}$$

$$N = 2^2 \times 5^{x-1} \dots (dc)$$

Por dato:

$$SD(N) = 1092$$

$$\left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{5^x - 1}{5 - 1} \right] = 1052$$

$$7 \left[\frac{5^x - 1}{4} \right] = 1092$$

$$5^x - 1 = 624 \rightarrow x = 4$$

$\therefore N$ tiene 4 cifras

Rpta.: C

Resolución 28:

Sea el número:

$$N = 2^a \times 9^b, \text{ donde } CD(N) = \overline{bb}$$

$$N = 2^a \times 3^{2b} \dots (dc)$$

$$\Rightarrow CD(N) = (a+1)(2b+1) = \overline{bb}$$

$$\underbrace{(a+1)(2b+1)}_{=11b} = 11b \rightarrow b = 5 \wedge a = 4$$

Luego, se tiene el número:

$$M = \overline{ba}^2 = 54^2 \rightarrow M = 2^2 \times 3^6 \dots (dc)$$

$$SD(M) = \left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{3^7 - 1}{3 - 1} \right]$$

$$\therefore SD(M) = 7651$$

Rpta.: A

Resolución 29:

Se tiene:

$$P = 9^n - 9^{n-2}, \text{ donde } Cd_{\text{comp}} = 86$$

$$P = 9^{n-2} \times [9^2 - 1]$$

$$P = 3^{2n-4} \times 2^4 \times 5^1 \dots (dc)$$

Se sabe:

$$CD(P) = 1 + \frac{Cd_{\text{prim}}}{3} + \frac{CD_{\text{comp}}}{86}$$

$$(2n - 3) \times 5 \times 2 = 90 \rightarrow n = 6$$

Reemplazando en la dc:

$$P = 3^8 \times 2^4 \times 5^1 \rightarrow CD(P) = 90$$

Luego:

$$PD(P) = P^{\frac{CD(P)}{2}}$$

$$PD(P) = (3^6 \times 2^4 \times 5^1)^{45}$$

$$\therefore PD(P) = 2^{180} \times 3^{360} \times 5^{45}$$

Rpta.: A

Resolución 30:

Se tiene:

$$\bullet N = 2^a \times 6 \times 81 = 2^a \times 2 \times 3 \times 3^4$$

$$\Rightarrow N = 2^{a+1} \times 3^5 \quad \dots (dc)$$

$$\bullet M = 2 \times 18^a = 2 \times 2^a \times 3^{2a}$$

$$\Rightarrow M = 2^{a+1} \times 3^{2a} \quad \dots (dc)$$

Por dato:

$$SD(N) = 28 \times SD(M)$$

$$\left[\frac{2^{a+1}-1}{2-1} \right] \left[\frac{3^5-1}{3-1} \right] = 28 \times \left[\frac{2^{a+1}-1}{2-1} \right] \left[\frac{3^{2a}-1}{3-1} \right]$$

$$26 = 3^{2a+1} - 1$$

$$\therefore a = 1$$

Rpta.: A

Resolución 31:

Se tiene los números primos a ; b y c , donde:

$$\overline{1bc00} = a^a \times b^b \times c^{c-2} \quad \dots (dc)$$

Como el numeral termina en cero tiene los factores primos 2 y 5, luego, si:

$a = 2 \wedge c = 5$ se tendrá:

$$\overline{1b500} = 2^2 \times b^b \times 5^3$$

$$\overline{1b5} = b^b \times 5 \rightarrow b = 3$$

$$\therefore b + c = 8$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 09

Resolución 32:

Sea:

$$\bullet \quad N = 4^n, \text{ donde } CD(N) = k$$

$$N = 2^{6n} \rightarrow \underline{CD(N)} = 6n + 1$$

$$k = 6n + 1$$

$$\frac{k-1}{6} = n$$

Luego, sea:

$$M = 5 + 2^n = 2^{9n}$$

$$\rightarrow CD(M) = 9n + 1$$

$$CD(M) = 9\left(\frac{k-1}{6}\right) + 1 = 3\left(\frac{k-1}{2}\right) + 1$$

$$\therefore CD(M) = \frac{3k-1}{3}$$

Rpta.: C

Resolución 33:

Sea el número:

$$N = \overline{ab0a\overline{ab}}, \text{ donde } \overline{ab} \text{ es primo}$$

Descomponiendo por bloques:

$$N = \overline{ab} \times 10^3 + \overline{ab} = 1001 \times \overline{ab}$$

$$N = 7 \times 11 \times 13 \times \overline{ab}$$

Si $\overline{ab}$ es un primo mayor que 13:

$$N = 7^1 \times 11^1 \times 13^1 \times \overline{ab}^{-1} \quad \dots(\text{dc})$$

$$\Rightarrow CD(N) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

Si $\overline{ab}$ es un primo menor b igual que 13, entonces $\overline{ab} = 11$ o $\overline{ab} = 13$ Si $\overline{ab} = 11$, se tendrá:

$$N = 7^1 \times 11^2 \times 13^1 \quad \dots(\text{dc})$$

$$\Rightarrow CD(N) = 2 \times 3 \times 2 = 12$$

$$\therefore \text{ Como mínimo } CD(N) = 12$$

Obs:

$$\text{Si: } \overline{ab} = 13$$

$$\rightarrow CD(N) = 12$$

Rpta.: E

Resolución 34:Sea el menor número: N Donde $CD(N) = 20$ Induciendo la dc de N ; como:

$$CD(N) = 20 \rightarrow N = p^{19} = 2^{19}; (N \text{ es mínimo})$$

$$CD(N) = 20 = 2 \times 10 \rightarrow N = p^1 \times q^9 = 3^1 \times 2^9$$

$$CD(N) = 20 = 4 \times 5 \rightarrow N = p^3 \times q^4 = 3^3 \times 2^4$$

$$CD(N) = 20 = 2 \times 2 \times 5 \rightarrow N = p^1 \times q^1 \times r^4 = 3^1 \times 5^1 \times 2^4$$

Se observa que el menor valor de N es :

$$N = 3^1 \times 5^1 \times 2^4 = 240$$

Piden:

$$2 + 4 + 0 = 6$$

Rpta.: A**Resolución 35:**

Se tiene el menor número:

$$N = \overline{ab25}, \text{ donde } CD(N) = \frac{15}{3 \times 5}$$

$$\Rightarrow N = p^2 \times q^4 \quad \dots (dc)$$

Del numeral se observa que N es un 25 impar, como es mínimo,
entonces $p = 5 \wedge q = 3$

$$\Rightarrow N = 5^2 \times 3^4 = 2025$$

Piden:

$$2 + 0 + 2 + 5 = 9$$

Rpta.: C**Resolución 36:**

Se tiene el número:

$$N = \overline{abcd}$$

Como:

$$a + c = b + d = 9$$

- Aplicando el criterio por 9:

$$N = \overset{0}{9} + a + b + c + d = \overset{0}{9} + \underbrace{a+c}_{\overset{0}{9}} + \underbrace{b+d}_{\overset{0}{9}} = \overset{0}{9} \Rightarrow N = \overset{0}{9}$$

- Aplicando el criterio por 11:

$$N = \overset{0}{11} - a + b - c + d = \overset{0}{11} + \underbrace{b+d}_{\overset{0}{9}} - \underbrace{(a+c)}_{\overset{0}{9}} = \overset{0}{11} \Rightarrow N = \overset{0}{11}$$

Por dato:

$$CD(N) = \underbrace{14}_{2 \times 7} \rightarrow N = p^1 \times q^6 \quad \dots (dc)$$

Como N tiene 4 cifras $\rightarrow p = 11 \wedge q = 3$

Luego:

$$\overline{abcd} = 11^1 \times 3^6 = 8019$$

$$\therefore a = 8$$

Rpta.: E

Resolución 37:

Sea:

$$N = 120^9 = (2^3 \times 3^1 \times 5^1)^9$$

$$N = 2^{27} \times 3^9 \times 5^9 \quad \dots (dc)$$

Dandole forma para hallar los divisores cuadrados perfectos:

$$N = (2^2)^{\textcircled{3}} \times 2^{\cancel{1}} \times (3^2)^4 \times 3^{\cancel{1}} \times (5^2)^{\textcircled{3}} \times 5^{\cancel{1}}$$

$$\Rightarrow CD_{k^2} = 14 \times 5 \times 5 = 350$$

Rpta.: C

Resolución 38:

Sea:

$$N = 2^{13} \times 3^7 \times 5^6 \times 7^3 \quad \dots (dc)$$

Como se quiere los divisores k^2 y k^3 de N, entonces los potenciales perfectas de grado $6(k^6)$, dandole forma dc:

$$N = (2^6)^2 \times 2^{\cancel{1}} \times (3^6)^1 \times 3^{\cancel{1}} \times (5^6)^1 \times 7^{\cancel{3}}$$

$$\Rightarrow CD_{k^6} = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

Rpta.: C

Resolución 39:

Sea:

$$A = 5020$$

$$A = 2^2 \times 5^1 \times 251^1 \quad \dots(\text{dc})$$

Hallando la suma de sus divisores:

$$SD(A) = \left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right] \left[\frac{251^2 - 1}{251 - 1} \right]$$

$$\Rightarrow SD(A) = 10584$$

Luego, sea B el número amigo de A; entonces por dato:

$$SD(A) = A + B$$

$$10584 = 5020 + B$$

$$\therefore B = 5564$$

Rpta.: E**Resolución 40:**

Se tiene:

$$N = 32 \times p \times q$$

$$N = 2^5 \times p^1 \times q^1 \quad \dots(\text{dc})$$

Por dato:

$$SD(N) = 3 \times N$$

$$\left[\frac{2^6 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{p^2 - 1}{p - 1} \right] \left[\frac{q^2 - 1}{q - 1} \right] = 3 \times 2^5 \times p \times q$$

$$[63][p+1][q+1] = 3 \times 32 \times p \times q$$

$$[3 \times 7][p+1][q+1] = 32 \times p \times q$$

Se observa que para que se cumpla la igualdad en el segundo miembro debe estar los factores primos 3 y 7

$$\Rightarrow p = 3 \wedge q = 7 \vee q = 3 \wedge p = 7$$

$$\therefore p + q = 10$$

Rpta.: B

Resolución 41:

Se tiene : $R = 16p + 4m + n$

Como m, n y p son naturales menores que 4 y mayores que cero; dándole forma a R :

$$R = p \times 4^2 + m \times 4^1 + n$$

R se puede representar como:

$$R = \overline{pmn}_{(4)}$$

Luego, se sabe que:

$$100_{(4)} \leq \overline{pmn}_{(4)} \leq 333_{(4)}$$

$$16 \leq R \leq 63$$

Como R es primo, entonces:

$$R = \underbrace{\{17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61\}}_{12 \#_s}$$

Como p, m y n son mayores que cero, si:

$$R = 17 \rightarrow \overline{pmn}_{(4)} = 101_{(4)}$$

$$R = 19 \rightarrow \overline{pmn}_{(4)} = 103_{(4)}$$

En los demás valores de R al expresarlos en base 4 sus cifras son mayores que cero.

$$\therefore R \text{ toma } = 12 - 2 = 10 \text{ valores}$$

Rpta.: C

Resolución 42:

Se tiene:

$$M = 14^a \times 4^b = 2^a \times 7^a \times 2^{2b}$$

$$M = 2^{a+2b} \times 7^a \quad \dots(\text{dc})$$

$$M = 2^1 \times 7^1 \times [2^{a+2b-1} \times 7^{a-1}]$$

$$\Rightarrow CD_{14} = (\alpha + 2\beta) \times \alpha$$

También:

$$N = 15^\beta \times 25^\alpha = 3^\beta \times 5^\beta \times 5^{2\alpha}$$

$$N = 3^\beta \times 5^{2\alpha+\beta} \quad \dots(\text{dc})$$

$$N = 3^1 \times 5^1 \times [3^{\beta-1} \times 5^{2\alpha+\beta-1}]$$

$$\Rightarrow CD_{15}^3 = \beta \times (2\alpha + \beta)$$

Por dato:

$$(\alpha + 2\beta) \times \alpha - \beta(2\alpha + \beta) = 35$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 2\beta' - 2\beta'\alpha - \beta^2 = 35$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = 35$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 35$$

$$\begin{array}{cc} 7 & 5 \rightarrow \alpha = 6 \wedge \beta = 1 \quad \times \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 35 & 1 \rightarrow \alpha = 18 \wedge \beta = 17 \quad \checkmark \end{array}$$

Por dato:
(β es primo)

Piden:

$$1 + 8 = 9$$

Rpta.: E

Resolución 43:

Sea:

$$N = p^{5r} \times q^{3q} \times r^{2p} \quad \dots(\text{dc})$$

Se sabe:

$$CD(N) = \underbrace{CD_{\text{primos}}}_3 + \underbrace{CD_{\text{no primos}}}_{1207}$$

$$\underbrace{(5r+1)}_{11} \underbrace{(3q+1)}_{10} \underbrace{(2p+1)}_{11} = 1210 \rightarrow r = 2 \wedge q = 3 \wedge p = 5$$

Luego, sea:

$$M = (p - q)^r \times p^q = 2^2 \times 5^3 \quad \dots(\text{dc})$$

$$SD(M) = \left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{5^4 - 1}{5 - 1} \right] = 1092$$

Rpta.: C

Resolución 44:

Se tiene el número M; donde:

$$\bullet \quad \text{CD}(M) = \underset{2 \times 3}{6} \rightarrow M = p^1 \times q^2 \dots (\text{dc})$$

$$\bullet \quad \text{SD}(M) = 124$$

$$\left[\frac{p^2 - 1}{p - 1} \right] \left[\frac{q^3 - 1}{q - 1} \right] = 124$$

$$\underbrace{[p+1][q^2+q+1]}_{= 4 \times 31} = 4 \times 31 \rightarrow p = 3 \wedge q = 5$$

Reemplazando en la dc:

$$\therefore M = 3^1 \times 5^2 = 75$$

Rpta.: C**Resolución 45:**

Se tiene la dc de:

$$N = a^3 \times b^6 \rightarrow \text{CD}(N) = 4 \times 7 = 28$$

Al dividirlo por el número x:

$$\text{CD}\left(\frac{N}{x}\right) = 28 - 20 = \underset{2 \times 4}{8}$$

Luego:

$$\frac{N}{x} = \frac{a^3 \times b^6}{x} = a^1 \times b^3 \dots (\text{dc})$$

$$\therefore x = a^{23} b$$

Rpta.: C**Resolución 46:**

Sea:

$$S = \overline{abc} + 2 \times \overline{abc} + 3 \times \overline{abc} + \dots + 100 \times \overline{abc}$$

$$S = \overline{abc}(1 + 2 + 3 + \dots + 100)$$

$$S = \overline{abc} \left(\frac{100 \times 101}{2} \right)$$

$$S = \overline{abc} \times 50 \times 101$$

$$S = 2 \times 5^2 \times 101^1 \times \overline{abc}$$

Por dato:

$$CD(5) = \underbrace{36}_{2 \times 3 \times 3 \times 2}; \text{ siendo } \overline{abc} \text{ mínimo}$$

Luego:

$$S = 101^1 \times 2^1 \times 5^2 \times \underbrace{\overline{abc}}_{2^1 \times 53^1} = 101^1 \times 2^2 \times 5^2 \times 53^1 \quad \dots (dc)$$

$$\therefore \overline{abc} = 106$$

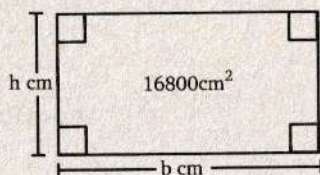
Rpta.: C

Resolución 47:

Se tiene el área:

$$1,68 \text{ m}^2 = 1,68(100\text{cm})^2 = 16800 \text{ cm}^2$$

En el gráfico:



$$\Rightarrow b \times h = 16800 = 2^5 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1$$

$$1 \quad 16800$$

$$2 \quad 8400$$

$$3 \quad 5600$$



Forma de expresar un #
como el producto de
2 factores: $F(N)$

$$CD(16800) = 6 \times 2 \times 3 \times 2 = 72$$

$$\therefore F(16800) = \frac{72}{2} = 36$$

Rpta.: C

Resolución 48:

Se tiene:

$$P = 10^3 \times 3^n = 2^3 \times 5^3 \times 3^n \dots (dc)$$

Como P tiene 2400 números primos relativos (PES) y menores que el

$$\rightarrow \phi(P) = 2400$$

Luego:

$$\phi(P) = 2^2 \times (2-1) \times 5^2 \times (5-1) \times 3^{n-1} \times (3-1)$$

$$2400 = 4 \times 1 \times 25 \times 4 \times 3^{n-1} \times 2$$

$$3 = 3^{n-1}$$

$$\therefore n = 2$$

Rpta.: B**Resolución 49:**

Se tiene:

$$N = 2^\alpha \times p^\alpha \times q^\beta \dots (dc)$$

Por dato :

$$CD_{comp} = 56$$

$$\Rightarrow CD(N) = 1 + \underbrace{CD_{prim}}_3 + \underbrace{CD_{comp}}_{56}$$

$$5x(\alpha+1)(\beta+1) = 60 \rightarrow \underbrace{(\alpha+1)}_{\substack{3 \\ 2}} \underbrace{(\beta+1)}_{\substack{4 \\ 6}} = 12 \quad \begin{matrix} \checkmark \\ \times \end{matrix}$$

También :

$$SD(N) = 62868$$

$$\Rightarrow SD(N) = \left[\frac{2^5 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{p^{\alpha+1} - 1}{p - 1} \right] \left[\frac{q^{\beta+1} - 1}{q - 1} \right] = 62868$$

$$\left[\frac{p^{\alpha+1} - 1}{p - 1} \right] \left[\frac{q^{\beta+1} - 1}{q - 1} \right] = 2028$$

Si :

$$\alpha + 1 = 3 \wedge \beta + 1 = 4 \rightarrow \alpha = 2 \wedge \beta = 3$$

$$\Rightarrow \left[\frac{p^3 - 1}{p - 1} \right] \left[\frac{q^4 - 1}{q - 1} \right] = 2028$$

$$\left[\frac{p^2 + p + 1}{1} \right] \left[\frac{q^3 + q^2 + q + 1}{1} \right] = 13 \times 156 \rightarrow p = 3 \wedge q = 5$$

Reemplazando en la dc:

$$N = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$$

Hallando los números menores que N y PESI con el:

$$\phi(N) = 2^3 \times (2-1) \times 3^1 (3-1) \times 5^2 (5-1)$$

$$\phi(N) = 4800$$

Piden:

$$4 \times 8 = 32$$

Rpta.: A

Resolución 50:

Como de los 1200 primeros Z^+ , se busca la cantidad de números PESI con $1800 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2$, entonces los números deben ser PESI con $2 \times 3 \times 5 = 30$, luego el $\phi(30) = 2^0 \times (2-1) \times 3^0 \times (3-1) \times 5^0 (5-1) = 8$, también nos indica la cantidad de números PESI con 30 entre 2 múltiplos consecutivos de 30; entonces:

30(0)	30(1)	30(2)	30(3)	...	30(39)	30(40)
↓	↓	↓	↓		↓	↓
0	30	60	90		1170	1200
8#s PESI con 30		8#s PESI con 30			8#s PESI con 30	

Se observa que en los 1200 primeros Z^+ , la cantidad de #s PESI con 30 es:

$$40 \times \phi(30) = 40 \times 8 = 320$$

Rpta.: D

Resolución 51:

Se tiene el número:

$$N = 10164$$

$$N = 2^2 \times 3^1 \times 7^1 \times 11^2 \quad \dots(dc)$$

Como se quiere los divisores de N PESI con $114 = 2 \times 3 \times 19$; entonces los divisores de N que se buscan no pueden ser 2, ni 3, ni 19, luego:

$$N = \cancel{2^2} \times \cancel{3^2} \times \underbrace{7^1 \times 11^2}_{M \rightarrow CD(M) = 2 \times 3 = 6} \dots (dc)$$

Hallando el PD(M) :

$$PD(M) = M^{\frac{CD(M)}{2}} = (7 \times 11^2)^3$$

$$\therefore PD(M) = 847^3$$

Rpta.: A

Resolución 52:

Se tiene:

$$N = 90^k, \text{ donde } CD_{\text{pares}} = 84$$

$$N = (2^1 \times 3^2 \times 5^1)^k = 2^k \times 3^{2k} \times 5^k \dots (dc)$$

$$N = 2 \times \left[2^{k-1} \times 3^{2k} \times 5^k \right]$$

$$\Rightarrow CD_{\text{pares}} = CD_2 = k \cdot (2k+1)(k+1)$$

$$84 = \underbrace{k}_{3} \underbrace{(2k+1)}_7 \underbrace{(k+1)}_4 \rightarrow k = 3$$

Reemplazando en la dc:

$$N = 2^3 \times 3^6 \times 5^3$$

Hallando los divisores impares de N:

$$N = \cancel{2^3} \times \underline{3^6 \times 5^3}$$

$$\Rightarrow CD_{\text{impares}} = 7 \times 4 = 28$$

Rpta.: B

Resolución 53:

Sea el número :

N

Por dato:

$$\bullet CD_{\text{primos}} = 2$$

$$\bullet CD(M) = 2a \begin{cases} N = p^3 \times q^4 & \dots (dc) \checkmark \\ N = p^1 \times q^9 & \dots (dc) \times \end{cases}$$

Como $CD_3 = 16$; luego :

$$N = p^3 \times q^4$$

$$N = q \times [p^3 \times q^3]$$

$$CD_q = 4 \times 4 = 16 \rightarrow q = 2$$

También:

$$CD_3 = 15$$

$$N = p^3 \times q^4$$

$$N = p \times [p^2 \times q^4]$$

$$CD_p = 3 \times 5 = 15 \rightarrow p = 3$$

Reemplazando en la dc:

$$N = 3^3 \times 2^4$$

$$\therefore N = 432$$

Rpta.: E

Resolución 54:

Por dato:

$$CD(\overline{ab}) = c(\overline{2c})$$

$$CD(\overline{ab^2}) = (3c)(\overline{3c})$$

Se observa que "c" solo puede tomarlos valores de 1; 2 ó 3

Si $c = 1$:

$$CD(\overline{ab^2}) = \frac{33}{3 \times 11} \rightarrow \overline{ab^2} = p^2 \times q^{10} \quad \dots(dc)$$

$$CD(\overline{ab}) = \frac{12}{2 \times 6} \rightarrow \overline{ab} = p^1 \times q^5 \quad \dots(dc)$$

Como ab es un número de 2 cifras solo $q = 2 \wedge p = 3$

$$\Rightarrow ab = 3 \times 2^5 \rightarrow \overline{ab} = 96$$

Luego:

$$\overline{ab^3} = (3 \times 2^5)^3 = 3^3 \times 2^{15} \quad \dots(dc)$$

$$\therefore CD(\overline{ab^3}) = 4 \times 16 = 64$$

Rpta.: A

Resolución 55:

Se tiene:

$$\overline{abcd} = m^2 \times n^2 \times p^1 \quad \dots(DC)$$

Como:

$$a + b + c + d = 18 = \overset{\circ}{9} \rightarrow \overline{abcd} = \overset{\circ}{9}$$

$$\bullet \quad b + d = a + c$$

$$\Rightarrow (b + d) - (a + c) = 0 = \overset{\circ}{11} \rightarrow \overline{abcd} = \overset{\circ}{11}$$

Luego en la DC si $m = 3 \rightarrow n = 11$ y $p = 11$

Si:

$$m = 3 \wedge n = 11$$

$$\Rightarrow \overline{abcd} = 3^2 \times 11^2 \times p \quad \dots(DC)$$

$$\overline{abcd} = 1089 \times p$$

$$2178 \quad 2 \text{ (mínimo)}$$

$$7623 \quad 7 \text{ (máximo)}$$

Si:

$$m = 3 \wedge p = 11$$

$$\Rightarrow \overline{abcd} = 3^2 \times n^2 \times 11 \quad \dots(DC)$$

$$\overline{abcd} = 99 \times n^2$$

$$2475 \quad 5^2 \text{ (mínimo)}$$

$$4851 \quad 7^2 \text{ (máximo)}$$

Piden:

$$7623 - 2178 = 5445$$

Rpta.: D**Resolución 56:**

Se tiene:

$$N = a^a \times b^1 \times c^1 \quad \dots(DC)$$

Donde:

$$\overline{SD_{\text{simples}}} = 20$$

$$1 + a + b + c = 20 \rightarrow a + b + c = 19$$

Como la secuencia de los primeros es:

$$2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; \dots$$

Se observa que:

$$\{a; b; c\} = \{3; 5; 11\}$$

Luego, se sabe:

$$SD(N) = \frac{SD_{\text{simples}}}{20} + \frac{SD_{\text{comp}}}{916}$$

$$\left[\frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right] \left[\frac{b^2 - 1}{b - 1} \right] \left[\frac{c^2 - 1}{c - 1} \right] = 936$$

$$\left[\frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \right] [b + 1][c + 1] = 936$$

$$\Rightarrow a = 3, \alpha = 2; b = 5 \wedge c = 11$$

Reemplazando en la DC :

$$N = 3^2 \times 5^1 \times 11^1 = 495$$

Piden:

$$4 + 9 + 5 = 18$$

Rpta.: E

Resolución 57:

Se tiene:

$$PD(N) = 2^{60} \times 3^{30} \times 7^{30} \times 10^{60}$$

$$PD(N) = 2^{120} \times 3^{30} \times 5^{60} \times 7^{30} \quad \dots (DC)$$

$$PD(N) = (2^4 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1)^{30}$$

$$N^{\frac{CD(N)}{2}} = (2^4 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1)^{\frac{60}{2}}$$

$$\Rightarrow N = 2^4 \times 3^1 \times 5^2 \times 7^1$$

Luego, para hallar los divisores de N que sean 28 y PESI con $55 = 5 \times 11$:

$$N = 2^2 \times 7^1 \times [2^2 \times 3 \times 5^2]$$

$$\therefore \left(\begin{array}{c} \text{SD de } N \text{ de } 28 \text{ pero} \\ \text{PESI de } 55 \end{array} \right) = 28 \times \left[\frac{2^3 - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right] = 784$$

Rpta.: B**Resolución 58:**

Sean los números primos de la forma: N

Por dato:

$$\bullet \quad N \text{ y } \frac{418}{2 \times 11 \times 19} \text{ son PESI} \rightarrow N \neq 2 \neq 11 \neq 19$$

$$\bullet \quad N = \overline{ab}_{(7)} \rightarrow 10_{(7)} \leq \overline{ab}_{(7)} \leq 66_{(7)}$$

$$7 \leq N \leq 48$$

$$\Rightarrow N = \{7; 13; 17; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47\}$$

 $\therefore$ N toma 10 valores**Rpta.: A****Resolución 59:**

$$\bullet \quad A = 7^2 \text{ (mínimo)}, \text{CD}(A) = 12 = 2 \times 2 \times 3$$

Induciendo su CD:

$$A = 7^1 \times p^1 \times q^2$$

$$\Rightarrow q = 2 \wedge p = 3$$

 $\bullet$ B es el mayor # de 3 cifras tal que:

$$\underbrace{\text{CD}_{\text{propios de B}}}_{=14}$$

$$\text{CD}(B) - 1 = 14 \rightarrow \text{CD}(B) = 15 = 3 \times 5$$

Induciendo su DC:

$$B = m^2 \times n^4 \begin{cases} B = 2^2 \times 3^4 \\ B = 5^2 \times 2^4 \\ B = 7^2 \times 2^4 \checkmark \end{cases}$$

Se observa que el mayor valor de:

$$B = 7^2 \times 2^4 = 784$$

Luego:

$$A \times B = 7^1 \times 3^1 \times 2^2 \times 7^2 \times 2^4$$

$$A \times B = 2^6 \times 3^1 \times 7^3$$

$$\Rightarrow \underbrace{CD(A \times B)} = \underbrace{CD_{\text{simples}}} + CD_{\text{comp}}$$

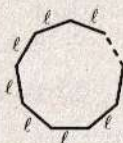
$$7 \times 2 \times 4 = 4 + CD_{\text{comp}}$$

$$\therefore CD_{\text{comp}} = 52$$

Rpta.: C

Resolución 60:

En el gráfico; se tiene el polígono:



Sea:

n : # de lados del polígono ($n \geq 3$)

ℓ : longitud de cada lado

Por dato:

$$(\text{Perímetro}) = 4020$$

$$\underline{n \times \ell} = 4020 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 67^1$$

$$3 \times 1340$$

interesa el
orden de los
factores

$$\rightarrow 1340 \times 3$$

·
·
·

$$\Rightarrow F(4020) = CD(4020) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$$

Pero:

$$\underline{n \times \ell} = 4020$$

$$1 \times 4020$$

$$2 \times 2010 \quad (n \geq 3)$$

$$\therefore \text{Existen: } 2 \times 4 - 2 = 22 \text{ polígonos regulares}$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 09**Resolución 61:**

Delos enunciados:

I. - Sean los números primos de la forma "P", tal que:

$$P = \overline{abc}_{(4)}$$

Se sabe que:

$$100_{(4)} \leq \overline{abc}_{(4)} \leq 333_{(4)}$$

$$16 \leq P \leq 63$$

$$P = \{17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59\}$$

 $\Rightarrow$ Hay 11 números primos (F)

II. - Sea el producto de los 10 primeros números primos:

$$\underbrace{2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times \dots}_{30 \times} = 60 + r; (r < 60)$$

$$60 + 30 = 60 + r$$

$$\Rightarrow r = 30 \quad (F)$$

III. - Sea:

$$N = 21 \times 15^n; CD_{comp} = 20$$

$$N = 3^{n+1} \times 5^n \times 7^1 \quad \dots(dc)$$

$$\Rightarrow CD(N) = \underbrace{CD_{simples}}_4 + \underbrace{CD_{comp}}_{20}$$

$$\Rightarrow (n+2)(n+1) \times 2 = 24$$

$$\Rightarrow n = 2 \quad (F)$$

IV. - Sea:

$$N = 360$$

$$N = 2^3 \times 3^2 \times 5^1 \quad \dots(dc)$$

$$N = 2 \times \left[2^2 \times 3^2 \times 5^1 \right]$$

$$\Rightarrow CD_{2 \wedge \dots} = 3 \times 3 = 9 \quad (V)$$

 $\therefore$ FFFV**Rpta.: E**

Resolución 62:

Se tiene los números primos:

$$p; q \text{ y } r$$

Por dato:

$$\bullet \quad r - q = 2p \rightarrow r \text{ y } q \text{ impares}$$

$$\bullet \quad rq + p^2 = 676$$

$$rq = 26^2 - p^2$$

$$rq = (26 + p)(26 - p)$$

$$\Rightarrow r = 26 + p \quad \downarrow (+)$$

$$\Rightarrow q = 26 - p$$

$$\begin{array}{r} \underline{r} + \underline{q} = 52 \\ 29 \quad 23 \end{array}$$

Reemplazando:

$$p = 3$$

Luego:

$$n = p \times q \times r = 3 \times 23 \times 29$$

$$\therefore n = 2001$$

Rpta.: E**Resolución 63:**

Se tiene los números primos:

$$p \text{ y } (p^2 + 8)$$

Sea:

$$\begin{array}{l} p^2 + 8 = \underline{q} \rightarrow p \text{ es impar} \\ \text{par} \quad \text{impar} \end{array}$$

$$\bullet \text{ Si } p = 3:$$

$$3^2 + 8 = q \rightarrow q = 17 \text{ (hay solución)}$$

$$\bullet \text{ Si } p > 3 \rightarrow p = 6 \pm 1; \text{ luego:}$$

$$\underline{p^2} + 8 = \underline{q}$$

$$6 \pm 1 + 6 \pm 2 = q \rightarrow q = 6 \pm 3$$

(no hay solución porque no hay un primo $q > 3$ que sea $\frac{p}{6} + 3$)

Luego $p = 3$, entonces :

$$N = (p^3 + 8)^4 = 35^4 = 5^4 \times 7^4 \quad \dots(\text{dc})$$

$$\therefore \text{CD}(N) = 5 \times 5 = 25$$

Rpta.: A

Resolución 64:

Sea:

$$P = 6367^4 + 4$$

$$P = (\dots 7)^4 + 4$$

$$P = (\dots 1) + 4$$

$$P = \dots 5 \rightarrow P = 5$$

$\Rightarrow P$ no es primo

Luego:

$$6367^4 + 4 = \overset{\circ}{4} + r; (r < 4)$$

$$(\overset{\circ}{4} - 1)^4 + \overset{\circ}{4} = \overset{\circ}{4} + r$$

$$\overset{\circ}{4} + 1 = \overset{\circ}{4} + r \rightarrow r = 1$$

$\therefore$ No es primo; residuo 1

Rpta.: B

Resolución 65:

De las afirmaciones:

I. Sean los números :

$$a = 4; m = 5; b = 8$$

$\Rightarrow 4$ y 5 son PESI

$\Rightarrow 5$ y 8 son PESI

Se observa que 4 y 8 no son PESI

$\Rightarrow$ la afirmación I es Falsa

II. Sean :

$$a = 4; b = 5; m = 3; n = 8$$

$\Rightarrow 4$ y 5 son PESI

Luego:

$$4 \text{ y } \underbrace{(3 \times 4 + 8 \times 5)}_{52} \text{ no son PESI}$$

$\Rightarrow$ La afirmación II es falsa

III. Por dato:

$$A_1; A_2; \dots; A_{12}$$

Son PESI 2 a 2; entonces al agruparlos de 2 en 2 resultan PESI, entonces:

$$A_1; A_2; \dots; A_k \text{ son PESI}$$

$\Rightarrow$ la afirmación III es verdadera

$\therefore$ Solo III es verdadera

Rpta.: C

Resolución 66:

Como $\overline{a6}$; $\overline{b1}$ y $\overline{ba}$ son PESI 2 a 2; entonces:

- $\overline{a6}$ y $\overline{ba}$ son PESI $\rightarrow a$ es impar
- $\overline{b1}$ y $\overline{ba}$ son PESI $\rightarrow a \neq 1$

Luego "a" puede ser 3; 5; 7 o 9

- Si $a = 3 \Rightarrow \overline{36}; \overline{b1}; \overline{b3}$ son PESI 2 a 2

$$2^2 \times 3^2 \neq 3 \Rightarrow b = \{1; 4; 7\}$$

$$\overline{ab} = \{31; 34; 37\}$$

- Si $a = 5 \Rightarrow \overline{56}; \overline{b1}; \overline{b5}$ son PESI 2 a 2

$$2^3 \times 7 \neq 5 \Rightarrow b = \{1; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

$$\overline{ab} = \{51; 54; 55; 56; 57; 58\}$$

- Si $a = 7 \Rightarrow \overline{76}; \overline{b1}; \overline{b7}$ son PESI 2 a 2

$$2^2 \times 19 \neq 7 \Rightarrow b = \{1; 3; 4; 6; 7; 9\}$$

Obs:
Si $\overline{b1}$ y $\overline{b7}$ son PESI también
PESI con su diferencia
 $\overline{b7} - \overline{b1} = 6$

$$\overline{ab} = \{71; 73; 74; 76; 77; 79\}$$

- Si: $a = 9 \Rightarrow \overline{96}; \overline{b1}; \overline{b9}$ son PESI 2 a 2

$$2^5 \times 3^1 \neq \overline{3} \Rightarrow \{91; 94; 97\}$$

$$\therefore (\text{Total de valores de } \overline{ab}) = 18$$

Rpta.: E

Resolución 67:

Como a "N" se le debe dividir entre los 11 primeros primos que son:

2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; entonces en el proceso del

algoritmo para determinar si "N" es primo:

$$31 < \sqrt{N} < 37$$

↓ siguiente primo

$$961 < N < 1369$$

Luego, en la décima división se observa que $N = 29 = 29k$

$$961 < 29k < 1369$$

$$33, \dots < k < 47, \dots$$

$$\swarrow 37; 41; 43; 47 \quad (k \neq \overset{0}{2} \neq \overset{0}{3} \neq \overset{0}{5} \neq \overset{0}{7} \\ \neq \overset{0}{11} \neq \overset{0}{13} \neq \overset{0}{19} \neq \overset{0}{23})$$

Ademas, por dato:

$$N = \dots 02_{(3)}$$

$$29k = \overset{0}{9} + 02_{(3)}$$

$$(9 + 2)k = \overset{0}{9} + 2$$

$$2k = \overset{0}{9} + 2$$

$$k = \overset{0}{9} + 1 \rightarrow k = 37$$

Luego:

$$N = 29(37) = 1073$$

$$\therefore 1 \times 0 \times 7 \times 3 = 0$$

Rpta.: A

Resolución 68:

Se tiene:

$$\overline{ab5} = \overline{c \times d(b-1)} \quad \dots(dc)$$

También:

$$\overline{c} + \overline{d(b-1)} = \overline{e2}; d < 9$$

$$\overline{d(b-1)} = \overline{(e-1)7} \rightarrow b = 8$$

Reemplazando en la dc:

$$\overline{ab5} = 5 \times \overline{d7}$$

$$\begin{array}{cc} 185 & 37 \checkmark \\ 485 & 97 \times \end{array} \quad (d < 9)$$

Como:

$$d = \overline{e-1} \rightarrow e = 4$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 21$$

Rpta.: C

Resolución 69:

Se tiene el número:

$$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1 \quad \dots(dc)$$

Hallando su tabla de divisores:

		divisores de 2^4					
		x	1	2^1	2^2	2^3	2^4
divisores de 3^3	1	1	2	4	8	16	
	3^1	3	6	12	24	48	
	3^2	9	18	36	72	144	
	3^3	27	54	108	216	432	
5 multiplica a las filas anteriores	5×1	5	10	20	40	80	
	5×3^1	15	30	60	120	240	
	5×3^2	45	90	180	360	720	
	5×3^3	135	270	540	1080	2160	

Entonces los divisores que tienen al 2 como cifra de tercer orden son:

216; 240; 270

∴ Hay 3 divisores

Rpta.: C

Resolución 70:

Se tiene el número:

$$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7 \quad \dots(\text{dc})$$

Hallando su tabla de divisores:

x	1	2 ¹	2 ²
1	1	2	4
3 ¹	3	6	12
3 ²	9	18	36
7×1	7	14	28
7×3 ¹	21	42	84
7×3 ²	63	126	252

Entonces como 252 tiene como divisores a:

a	b	ab	ba
1	2	12	21
2	4	21	12
3	6	36	63
6	3	63	36

∴ a toma 4 valores

Rpta.: E

Resolución 71:

Sea:

$$N = \underbrace{100100\dots00}_{\substack{2 \text{ ceros} \quad "x" \text{ ceros}}}_{(3)}; \text{ donde } CD(M) = 30$$

Descomponiendo por bloques:

$$N = \underbrace{1001}_{(3)} \times 3^x$$

$$N = 28 \times 3^x$$

$$N = 2^2 \times 7^1 \times 3^1 \dots (dc)$$

$$\Rightarrow \underbrace{CD(N)}_{30} = 3 \times 2 \times (x+1) \rightarrow x = 4$$

$$\therefore N \text{ tiene } 4 + 2 = 6$$

Rpta.: A**Resolución 72:**

Se tiene:

$$\overline{51x7y} = 77 \begin{matrix} \nearrow 7 \\ \searrow 11 \end{matrix}$$

Aplicando el criterio por 11:

$$\begin{matrix} + & - & + & - & + & - \\ \overline{51x7y} & = & 11 \end{matrix}$$

$$\underbrace{x + y - 3}_{\rightarrow 3 \text{ ó } 14} = 11$$

Aplicando el criterio por 7:

$$\begin{matrix} 5 & 1 & x & 7 & y \\ -3 & -1 & 2 & 3 & 1 \end{matrix} \leftarrow$$

$$2x + y + 5 = 7$$

$$\begin{matrix} x & + & x & + & y & + & 5 & = & 7 \\ 9 & & 14 & & & & & \rightarrow & y = 5 \end{matrix}$$

Luego:

$$51x7y = 51975 = 3^2 \times 5^2 \times 7^1 \times 11^1 \dots (dc)$$

$$\Rightarrow CD(51975) = 48$$

Sea:

$$N = 48 \times 64^a \times 27^b \rightarrow CD(N) = 48 + 136 = 184$$

$$N = 2^{6a+4} \times 3^{3b+1} \dots (dc)$$

$$\Rightarrow \underbrace{CD(N)}_{184} = \underbrace{(6a+5)}_{23} \underbrace{(3b+2)}_8 \rightarrow a = 3 \wedge b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

Rpta.: E

Resolución 73:

Sea:

$$N = 667^{k+1}$$

$$N = 23^{k+1} \times 29^{k+1} \quad \dots(\text{dc})$$

Se sabe que:

$$\underbrace{\text{CD}_{\text{Z de N}} = 2 \times \text{CD}_{\text{Z}^+ \text{ de N}}}_{1(k-4)(k+2) = 2 \times (k+2)(k+2) \rightarrow k=6}$$

Luego, sea:

$$M = \overline{kk}^k = 66^6$$

$$M = 2^6 \times 3^6 \times 11^6 \quad \dots(\text{dc})$$

$$\therefore \text{CD}_{\text{impares de M}} = 7 \times 7 = 49$$

Rpta.: B**Resolución 74:**

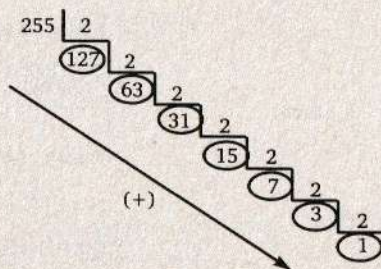
Se tiene:

$$255!; \text{ donde } \text{CD}(255!) = k$$

Luego:

$$256! = 255! \times 256$$

Se observa que al multiplicar $255! \times 256$; solo va avariar el exponente del factor primo 2, hallando el exponente de 2 en la dc de $255!$:



$$\Rightarrow \text{Exponente de 2: } 247$$

Luego:

$$255! = 2^{247} \times \underbrace{3^a \times 5^b \times 7^d}_{N} \dots (dc)$$

$$255! = 2^{247} \times N$$

Se observa que 2^{247} y N son PESI:

$$\Rightarrow \underbrace{CD(255!)}_k = \underbrace{CD(2^{247})}_{248} \times CD(N)$$

$$k = 248 \times CD(N) \rightarrow CD(N) = \frac{k}{248}$$

Como:

$$256! = 255! \times 256$$

$$256! = \left[2^{247} \times 3^a \times 5^b \times 7^d \dots \right] \times 2^8$$

$$256! = 2^{255} \times \underbrace{3^a \times 5^b \times 7^d}_{N} \dots (dc)$$

$$\Rightarrow CD(256!) = \underbrace{CD(2^{255})}_{256} \times CD(N)$$

$$CD(256!) = 256 \times \frac{k}{248}$$

$$\therefore CD(256!) = \frac{32}{31}k$$

Rpta.: D

Resolución 75:

Se tiene:

$$N = 2^a \times 3^b \times 5^c \dots (dc)$$

$$\bullet N = 2 \left[\cancel{2^{a-1}} \times 3^b \times 5^c \right]$$

$$CD_{2 \wedge \dots 4}^a = (b+1)(c+1) \rightarrow (b+1)(c+1) = 15$$

$$\bullet N = 3 \times \left[\cancel{2^a} \times \cancel{3^{b-1}} \times 5^c \right]$$

$$CD_{3 \wedge \dots 9}^a = (a+1)(c+1) \rightarrow (a+1)(c+1) = 12$$

$$\bullet N = 5 \times \left[\cancel{2^a} \times \cancel{3^b} \times \cancel{5^{c-1}} \right]$$

$$CD_{5 \wedge \dots 25}^a = (a+1)(b+1) \rightarrow (a+1)(b+1) = 20$$

Resolviendo a ; b = 4 ; c = 2

$$\therefore a + b + c = 9$$

Rpta.: C

Resolución 76:

Setiene:

$$\bullet \quad N = \overline{abcde} ; CD(N) = 30$$

$$\bullet \quad N = \begin{cases} \overset{9}{9} + 3 \Rightarrow N \neq \overset{9}{9} \text{ pero } N = \overset{3}{3} \\ \underset{8}{8} + 4 \Rightarrow N \neq \underset{8}{8} \text{ pero } N = \underset{4}{4} \end{cases}$$

entonces :

$$N = 3^1 \times 2^2 \times p^{\textcircled{4}} \dots (dc)$$

porque

$$CD(N) = 30 = 2 \times 3 \times \textcircled{5}$$

Luego:

$$\overline{abcde} = 3^1 \times 2^2 \times p^4 \quad \begin{matrix} \downarrow \\ \text{solo } p=7 \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \overline{abcde} = 28812$$

Hallando el residuo de dividiendo entre 11:

$$\begin{matrix} + & - & + & - & + & - \\ 2 & 8 & 8 & 1 & 2 & = 11 + r, (r < 11) \end{matrix}$$

$$\overset{1}{1} + 3 = \overset{1}{1} + r$$

$$\therefore r = 3$$

Rpta.: D**Resolución 77:**

Sea el número N, donde:

$$\bullet \quad \underbrace{CD}_{\text{propios de } N} = 89$$

$$CD(N) - 1 = 89 \rightarrow CD(N) = 90$$

$$\bullet \quad CD_{\text{simples}} = 4, \text{ cuya suma es } 11$$

$$\#_s \text{ simples} = 1; 2; 3; 5; 7; 11; \dots$$

$$\Rightarrow \text{divisores simples: } 1; 2; 3; 5$$

Entonces

$$N = 2^a \times 3^b \times 5^c \dots (dc)$$

Donde:

$$CD_{\text{impares}}(b+1)(c+1) = 15$$

De ellos 5 son PESI con 5

$$\Rightarrow b+1 = 5$$

$$\rightarrow b = 4 \wedge c = 2$$

También:

$$CD(N) = (a+1) \underbrace{(b+1)}_5 \underbrace{(c+1)}_3 = 90 \rightarrow a = 5$$

Luego, hallando los divisores que terminan en 2 :

$$N = \underbrace{2^5}_1 \times \underbrace{3^4}_1 \times 5^2$$

$\begin{array}{l} 1 \rightarrow 1 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 9 \\ 8 \rightarrow 27 \\ 16 \rightarrow 81 \\ 32 \rightarrow \end{array}$

$\therefore$ hay 7 divisores de N que terminan en 2

Rpta.: D

Resolución 78:

Se tiene: $N = 2^{3n} \times 2^{2n-4} \times 5^{n+3} \times 7^{2n+1} \times 11^2$... (dc)

Como "n" es impar

$$\rightarrow n = 2p + 1 ; p \in \mathbb{Z}$$

Reemplazando en la dc:

$$N = 2^{6p+3} \times 3^{4p-2} \times 5^{2p+4} \times 7^{4p+3} \times 11^2$$
 ... (dc)

$$N = (2^{23p+1} \times 3^2 \times (3^2)^{2p-1} \times (5^2)^{p+2} \times (7^2)^{2p+1} \times 11^2) \times 11^2$$

$$\Rightarrow CD_{k^2} = (3p+2) \times 2p \times (p+3) \times (2p+2) \times 2 = 1920$$

$$\underbrace{(3p+2)}_8 \times \underbrace{p}_2 \times \underbrace{(p+3)}_5 \times \underbrace{(p+1)}_3 = 240 \rightarrow p = 2$$

En (α):

$$N = 2^{15} \times 3^6 \times 5^6 \times 7^{11} \times 11^2$$

$$N = (2^3)^5 \times (3^3)^2 \times (5^3)^2 \times 7^{11} \times 11^2$$

$$\therefore CD_{k^3} \text{ y PESI con } \underbrace{2003}_{7 \times 17^2} = 6 \times 3 \times 3 = 54$$

Rpta.: D

Resolución 79:Sea el menor $Z^+ N$, tal que :

$$\bullet \quad CD(N) = \underbrace{81}_{3 \times 3 \times 3 \times 3} \rightarrow N = a^2 \times b^2 \times c^2 \times d^2 \quad \dots(dc)$$

$$\bullet \quad SD(N) = 160797$$

$$\left[\frac{a^3 - 1}{a - 1} \right] \left[\frac{b^3 - 1}{b - 1} \right] \left[\frac{c^3 - 1}{c - 1} \right] \left[\frac{d^3 - 1}{d - 1} \right] = 160797$$

$$\underbrace{\left[\frac{1 + a + a^2}{7} \right]}_7 \underbrace{\left[\frac{1 + b + b^2}{13} \right]}_{13} \underbrace{\left[\frac{1 + c + c^2}{31} \right]}_{31} \underbrace{\left[\frac{1 + d + d^2}{57} \right]}_{57} = 160797$$

$$\Rightarrow a = 2; b = 3; c = 5; d = 7$$

Luego:

$$N = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7^2 = 44100$$

$$\therefore 4 + 4 + 1 + 0 + 0 = 9$$

Rpta.: A**Resolución 80:**

Se tiene:

$$\bullet \quad N = a^a \times b^b \times c^c \quad \dots(dc)$$

$$\bullet \quad P = a^3 \times b^3 \times c^2 \quad \dots(dc) \Rightarrow P = b^2 \times c^1 \times \left[a^3 \times b^1 \times c^1 \right]$$

$$\underbrace{SD_{\substack{a \\ b^2 \times c}}}_{\text{de } P} = 741312$$

$$b^2 \times c \times \left[\frac{a^4 - 1}{a - 1} \right] \left[\frac{b^2 - 1}{b - 1} \right] \left[\frac{c^2 - 1}{c - 1} \right] = 741312$$

$$\underbrace{b^2 \times c}_{3^2 \times 11} \underbrace{\left[\frac{1 + a + a^2 + a^3}{156} \right]}_{156} \underbrace{\left[\frac{1 + b}{4} \right]}_4 \underbrace{\left[\frac{1 + c}{12} \right]}_{12} = 741312$$

$$\Rightarrow b = 3; c = 11; a = 5$$

Luego:

$$N = 5^5 \times 3^3 \times 11^{11}$$

$$\therefore CD(N) = 6 \times 4 \times 12 = 288$$

Rpta.: C**Resolución 81:**

Por dato:

$$\bullet \quad SD(A) - A = 55 \quad \dots(\alpha)$$

$$\bullet \quad SID(A) = \frac{91}{36} \rightarrow \frac{SD(A)}{A} = \frac{91}{36} \quad \dots(\beta)$$

De (α) y (β) :

$$A = 36 \wedge SD(A) = 91$$

Luego:

$$N \text{ posee } \frac{A}{6} = \frac{36}{6} = 6 \text{ divisores primos}$$

$$\Rightarrow N = a^m \times b^n \times c^p \times d^q \times e^r \times f^s \quad \dots(dc)$$

Para descomponer a N como el producto de 2 factores PESI ($F(N)$)

$$N = (a^m)^1 \times (b^n)^1 \times (c^p)^1 \times (d^q)^1 \times (e^r)^1 \times (f^s)^1$$

$$F(N) = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 32$$

Rpta.: D**Resolución 82:**

Sea el número:

 N

Por dato:

$$\bullet \quad SD(N) = 614$$

$$\bullet \quad CD(N) = 12$$

$$\bullet \quad PD(N) = 3^{12} \times 5^6 \times 7^6$$

$$N = \frac{CD(N)}{2} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow N = (3^2 \times 5^1 \times 7^1)^6$$

$$\Rightarrow N = 3^2 \times 5^1 \times 7^1 \quad \dots(\text{dc})$$

Luego:

$$SD_{\text{no } 7} = \left[\frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right] \left[\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right] = 78$$

Rpta.: B

Resolución 83:

Por dato:

$$\bullet \quad N = 2\overset{\circ}{0}\overset{\circ}{1} \begin{cases} \nearrow 67 \\ \searrow 3 \end{cases}$$

$$\bullet \quad \underbrace{PD(N)}_{CD(N)} = N^{201}$$

$$N^{\frac{CD(N)}{2}} = N^{201} \rightarrow CD(N) = \underline{402} \\ 2 \times 3 \times 67$$

Luego:

$$N = 67^1 \times 3^2 \times p^{66} \quad \dots(\text{dc})$$

└ Como N es mínimo p=2

$$\therefore N = 67 \times 3^2 \times 2^{66} = 603 \times 2^{66}$$

Rpta.: D

Resolución 84:

Se tiene:

$$N = \overline{abc} = a^m \times b^n \times c^p \quad \dots(\text{dc})$$

Se observa que a, b y c son primos y menores que 10, pueden ser:

$$2; 3; 5 \text{ o } 7$$

$$\text{Si } N = \overset{\circ}{2}:$$

$$\overline{abc} = \begin{cases} \nearrow 372 \times; \text{no es } \overset{\circ}{2} \\ \searrow 732 \times; \text{no es } \overset{\circ}{2} \end{cases}$$

$$\text{Si } N = \overset{\circ}{5}:$$

$$\overline{abc} = \begin{cases} \nearrow 375 \times; \text{no es } \overset{\circ}{5} \\ \searrow 735 \checkmark \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{abc} = 735 = 7^2 \times 3^1 \times 5^1 \quad \dots(dc)$$

$$a + b + c = 15$$

Luego, se tiene:

$$100; \underbrace{\dots\dots\dots}_{\#_s \text{ consecutivos}}; 700$$

$$600\#_s$$

$$\phi(15) = 3^0(3-1) \cdot 5^0(5-1) \rightarrow \phi(15) = 8$$

Entonces en 15 $\#_s$ consecutivos hay 8 números que son PESI con 15 como:

$$600 = 40(15)$$

Entonces la cantidad de números PESI con 15 es:

$$40 \times \underbrace{\phi(15)}_8 = 320$$

Rpta.: B

Resolución 85:

Se tiene:

$$N = \overline{a(b+1)0c} = \overline{b(b+1) \times cc \times cd} \quad \dots(dc)$$

Se observa que:

$$\overline{cc} = 11 \text{ y } \overline{b(b+1)} \text{ es impar} \rightarrow b \text{ es par}$$

$$\Rightarrow \overline{a(b+1)01} = \overline{b(b+1) \times 11 \times 1d}$$

$$\frac{+ \quad +}{a(b+1)01} = 11$$

$$b+2-a = 11 \rightarrow a = b+2$$

Reemplazando:

$$\overline{(b+2)(b+1)01} = \overline{b(b+1) \times 11 \times 1d}$$

$$\text{Si } b = 2 \Rightarrow 4301 = 23 \times 11 \times 1d \rightarrow d = 7$$

Luego:

$$E = \overline{d0b}^{\overline{c(d-1)}} + \overline{a0b}^{\overline{2 \times c(d-1)}} + \overline{a0b}^{\overline{3 \times c(d-1)}} + \dots +$$

$$\overline{a0b}^{\overline{39 \times c(d-1)}}$$

$$E = 402^{16} + 402^{2 \times 16} + 402^{3 \times 16} + \dots + 402^{39 \times 16}$$

$$= 17 + r \quad \dots(\alpha)$$

Se sabe por el teorema de Fermat:

Si "p" es primo y $a \neq p$:

$$\bullet \ a^{\overline{p-1}} = \overset{\circ}{p} + 1$$

$$\Rightarrow 402^{\overline{16}} = \overset{\circ}{17} + 1$$

En (α):

$$E = (\overset{\circ}{17} + 1)^{16} + (\overset{\circ}{17} + 1)^{2 \times 16} + (\overset{\circ}{17} + 1)^{3 \times 16} + \dots + (\overset{\circ}{17} + 1)^{39 \times 16}$$

$$E = (\overset{\circ}{17} + 1)^{39} = \overset{\circ}{17} + \overline{39}$$



$$\overset{\circ}{17} + 5$$

$$\overset{\circ}{17} + r = \overset{\circ}{17} + 5$$

$$\therefore r = 5$$

Rpta.: E

Resolución 86:

Sea:

$$562^{201} = \overline{\dots xy^z}_{(5)}$$

$$562^{201} = \overset{\circ}{125} + \overline{xyz}_{(5)}$$

$$(125 + 62)^{201} = \overset{\circ}{125} + \overline{xyz}_{(5)}$$

$$62^{201} = \overset{\circ}{125} + \overline{xyz}_{(5)} \quad \dots(\alpha)$$

Se sabe por el teorema de Euler:

Si a y m son PESI

$$\Rightarrow \boxed{a^{\phi(m)} = \overset{\circ}{m} + 1}$$

Luego:

• 62 y 125 son PESI

$$\phi(125) = 5^2(5-1) = 100$$

$$\Rightarrow 62^{\phi(125)} = \overset{\circ}{125} + 1$$

$$62^{100} = \overset{\circ}{125} + 1$$

En (α) :

$$(62^{100})^2 \times 62^1 = 125 + \overline{xyz}_{(5)}$$

$$(125 + 1)^2 \times 62 = 125 + \overline{xyz}_{(5)}$$

$$125 + 62 = 125 + \overline{xyz}_{(5)}$$

$$\Rightarrow 62 = \overline{xyz}_{(5)} = 222_{(5)}$$

$$\therefore x \times y \times z = 8$$

Rpta.: B**Resolución 87:**

Sea:

$$(59!)^{\overline{ab09}} = 61 + r \quad \dots(\alpha)$$

Se sabe por el teorema de Wilson:

Si "p" es primo

$$\Rightarrow (p-1)! = p-1$$

Luego:

$$(61-1)! = 61-1$$

$$60! = 61-1$$

$$59! \times 60 = 61-1$$

$$59! \times (61-1) = 61-1$$

$$61-59! = 61-1 \rightarrow 59! = 61+1$$

En (α) :

$$(61+1)^{\overline{ab09}} = 61+r$$

$$61+1 = 61+r$$

$$\therefore r = 1$$

Rpta.: B**Resolución 88:**

Sea el #: N

Como tiene 2 factores primos:

$$\rightarrow N = a^m \times b^n \quad \dots(dc)$$

Al construir su tabla de divisores tiene 4 filas y 3 columnas, entonces:

$$m = 2 \wedge n = 3$$

Luego:

		divisores de a^2		
		1	a	a^2
divisores de b^3	1	-	-	-
	b	-	-	-
	b^2	b^2	-	-
	b^3	-	-	$a^2 b^3$

Por dato:

$$\frac{a^2 b^3}{b^2} = 175$$

$$a^2 \times b = 5^2 \times 7 \rightarrow a = 5 \wedge b = 7$$

Entonces:

$$N = 5^2 \times 7^3$$

$$\therefore SD(N) = \left[\frac{5^3 - 1}{5 - 1} \right] \left[\frac{7^4 - 1}{7 - 1} \right] = 12400$$

Rpta.: A

Resolución 89:

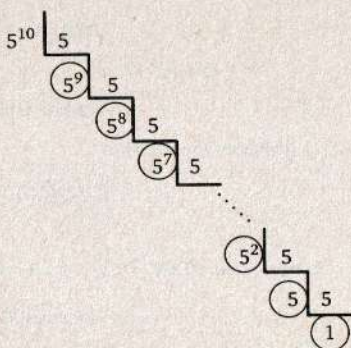
Sea:

$$\underbrace{[2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 \dots]}_{2008 \text{ factores primos}} \times (5^{10})! = \overline{.z000\dots0} \quad \dots(\alpha)$$

$\neq 0$ "k" ceros

$$\underbrace{[\dots x 0]}_{\neq 0} \times (5^{10})! = \overline{\dots z} \times 10^k = \overline{\dots z} \times 2^k \times 5^k$$

Por determinar en cuantos ceros termina $(5^{10})!$, hallaremos el exponente de 5 en su descomposición canónica por el método de las divisiones sucesivas:



$$\Rightarrow (\text{exponente de } 5) = 1 + 5 + 5^2 + \dots + 5^9 = \frac{5^{10} - 1}{5 - 1} = 2441406$$

En (α) :

$$\underbrace{[\dots x0]}_{1 \text{ cero}} (\underbrace{\dots y00\dots 00}_{2441406}) = \underbrace{\dots z00\dots 00}_{\text{"k" ceros}}$$

$$\therefore k = 2441407$$

Rpta.: D

Resolución 90:

Sea:

$$N = \overline{abcd00}$$

$$N = \overline{abcd} \times 2^2 \times 5^2 \rightarrow N = 4 \wedge N = 25$$

Por dato:

$$\bullet a + b + c + d = 9$$

Aplicando criterio por 9:

$$\overline{abcd} = 9 + \underbrace{a + b + c + d}_{9} \rightarrow \overline{abcd} = 9 \wedge N = 9$$

$$\bullet d + 6a + 2b + 3c = 7$$

Aplicando criterio por 7:

$$\overline{abcd} = 7 + d + 3c + 2b - a = 7 + d + 3c + 2b - (7 - 6)a$$

$$\overline{abcd} = \overset{9}{7} + \underbrace{d + 3 + c + 2b + 6a}_{\overset{9}{7}} \rightarrow \overline{abcd} = \overset{9}{7} \wedge N = \overset{9}{7}$$

- N tiene 6 divisores simples

$\Rightarrow$ divisores simples son:

$$1; 2; 5; 3; 7; p$$

$\searrow$ primo $\neq 2 \neq 3 \neq 5 \neq 7$

Luego, como $CD(N) = 108 = 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2$

$$\Rightarrow N = \overline{abcd00} = 2^2 \times 5^2 \times 3^2 \times 7^1 \times p^1 \quad \dots (dc)$$

Si "N" es mínimo:

$$\rightarrow p = 17 \wedge \overline{abcd} = 1071$$

Si "N" es máximo:

$$\rightarrow p = 157 \wedge \overline{abcd} = 5891$$

$$\therefore 1071 + 9891 = 10962$$

Rpta.: C

Resolución 91:

Se tiene:

- $N = a^n \times b \times c \quad \dots (dc)$

- $\overline{ab} = 4c + 3$

$$10a + b = 4c + 3$$

$$2(5a - 2c) = 3 - b \rightarrow 3 - \underbrace{b}_3 = \overset{5}{2}$$

Luego:

$$5a - 2c = 0 \rightarrow a = 2 \wedge c = 5$$

En la dc:

$$N = 2^n \times 3^1 \times 5^1$$

$$\Rightarrow SD(N) = 14CD(N)$$

$$\left[\frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1} \right] \left[\frac{3^2 - 1}{3 - 1} \right] \left[\frac{5^2 - 1}{5 - 1} \right] = 14 \times (x + 1) \times 2 \times 2$$

$$\left[2^{n+1} \right] [4][6] = 56(n + 1) \rightarrow n = 2$$

Entonces:

$$N = 2^2 \times 3^1 \times 5^1 = 60$$

$$\therefore 6 + 0 = 6$$

Rpta.: B

Resolución 92:

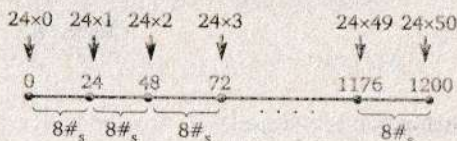
Se tiene los $\#_s$:

$$1; 2; 3; \dots; 1200$$

Como se quiere los $\#_s$ PESI con $24 = 2^3 \times 3^1$:

$$\phi(24) = 2^2(2-1) \times 3^0(3-1) \rightarrow \phi(24) = 8$$

En cada intervalo limitado por dos múltiplos consecutivos 24; luego:



Como existen $\overline{abc} \#_s$ PESI con 24 :

$$\overline{abc} = (50 - 0) \times \underbrace{\phi(24)}_8 \rightarrow \overline{abc} = 400$$

Luego se busca los $\#_s$ PESI con $\overline{abc} = 400$ de la forma :

$$\begin{array}{r} \overline{mn(n+4)} \\ 30 \\ 51 \\ 2 \\ \vdots \\ 9 \end{array} \begin{array}{l} \nearrow \neq 2 \\ \searrow \neq 5 \end{array}$$

$2 \times 10 = 20 \#_s$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ARITMÉTICA - 09

Resolución 93: Se tiene:

$$\overline{a0bcb} = \overline{m3} \times (5+m)^2 \times (b-c)^3 \times m \dots (dc)$$

Como $\overline{m3}$; $(5+m)$ y m son primos:

$$\rightarrow m = 2$$

Reemplazando que:

$$b - c = 3 \checkmark \quad b - c = 5 \times \text{ (no cumple porque si no } b=0 \text{)}$$

$$\Rightarrow \overline{a0bcb} = 23 \times 7^2 \times 3^3 \times 2^1$$

$$60858$$

Luego, sea:

$$N = \overline{bca}^m = 856^2 = 2^6 \times 107^2 \dots (dc)$$

$$N = 2^2 \left[(2^2)^{\textcircled{2}} \times (107^2)^{\textcircled{0}} \right]$$

$$\therefore \text{Cd}_{\text{de } N} 2 \wedge k^2 = 3 \times 2 = 6$$

Rpta.: B**Resolución 94:** Se tiene:

$$N = 40^k + 440^k$$

$$N = 40^k (1 + 11^k)$$

$$N = 2^{3k} \times 5^k \times (1 + 11^k) \dots (\alpha)$$

Como N tiene 72 divisores $\overset{\circ}{3}$ y $\overset{\circ}{5}$ y coprimos con $\overset{\circ}{37}$:

$$1 + 11^k = \begin{matrix} \nearrow \overset{\circ}{3} \\ \searrow \overset{\circ}{37} \end{matrix}$$

$$1 + 11^k = 1\overset{\circ}{1}1$$

$$\Rightarrow k = 3 \text{ impar}$$

obs:

$$11^3 = 1331 = 1\overset{\circ}{1}1 - 1$$

$$\Rightarrow 11^{\overset{\circ}{3}} = 1\overset{\circ}{1}1 - 1, \text{ siendo el } \overset{\circ}{3} \text{ impar}$$

Si $k = 3$, en (α) :

$$N = 2^9 \times 5^3 (1 + 11^3)$$

$$N = 2^{11} \times 3^2 \times 5^3 - 37^1 \quad \dots(\text{dc})$$

$$N = 3^1 \times 5^1 \times [2^{11} \times 3^1 \times 5^2 \times 37^1]$$

$$\rightarrow CD_{15 \wedge \text{PESI con } 37} = 12 \times 2 \times 3 = 72$$

Luego:

$$N = 2^{\cancel{11}} \times 3^2 \times 5^{\cancel{3}} \times 37^1$$

$$\underbrace{(SD_{\text{impares y PESI con } 80})}_{\dots 8_{(n)} = 494 ; (8 < n)} = \left[\frac{3^3 - 1}{3 - 1} \right] \left[\frac{37^2 - 1}{37 - 1} \right]$$

$$\hat{n} + 8 = 49 \rightarrow \hat{n} = 486$$

Se observa que " n " es divisor de $486 = 2^1 \times 3^5$ pero mayor que 8:

$$\Rightarrow n = \{9 ; 18 ; 27 ; 54 ; 81 ; 162 ; 243 ; 486\}$$

$\therefore$ Hay 8 bases que cumplen la condición

Rpta.: E

Resolución 95: Se tiene:

$$PD(N) = a^{36} \times b^{60}$$

$$\underbrace{PD(N)}_{\substack{CD(N) \\ N^2}} = (a^3 \times b^5)^{12}$$

$$N^2 = (a^2 \times b^5)^{24}$$

$$\Rightarrow N = a^3 \times b^{\cancel{5}} \quad \dots(\text{dc})$$

Además:

$$(SD_{\text{de } N \text{ PESI con } b}) = 40$$

$$[1 + a^1 + a^2 + a^3] = 40 \rightarrow a = 3$$

También por dato: $(b-a)^2 = (a-2)(b-1)$

$$(b-3)^2 = 1(b-1) \rightarrow b=7$$

Luego:

$$M = a^a \times b = 3^3 \times 7^1$$

$$\rightarrow M = 189$$

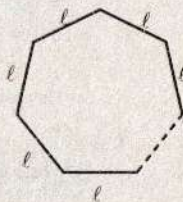
$$\Rightarrow SD(M) = (1+3+3^2+3^3)(1+7) = 320$$

$$\therefore SID(M) = \frac{320}{189} = 1,693$$

Rpta.: D

Resolución 96:

En el gráfico se tiene el polígono:



donde

lados: x

semi perímetro: 5544 cm

$\Rightarrow$ perímetro: 11088

$$\Rightarrow x \cdot l = 11088 = 2^4 \times 3^2 \times 7^1 \times 11^1$$

$$\times 1 \quad 11088$$

$$\times 2 \quad 5544 \quad (\text{interesa el orden de los factores})$$

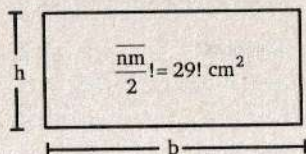
$$\checkmark 3 \quad 369$$

$$\Rightarrow CD(x, l) = 5 \times 3 \times 2 \times 2 = 60$$

Por dato, existen $\overline{nm}$ polígonos:

$$\Rightarrow \overline{nm} = 60 - 2 \rightarrow \overline{nm} = 58$$

Luego:



$$\Rightarrow b \times h = 29! \text{ (no interesa el orden de los factores)}$$

$$b \times h = 2^{25} \times 3^{12} \times 5^6 \times 7^4 \times 11^2 \times 13^2 \times 17 \times 19 \times 23 \times 29$$

Entonces b y h son PESI:

$$b \times h = (2^{25})^1 \times (3^{12})^1 \times (5^6)^1 \times (7^4)^1 \times (11^2)^1 \times$$

$$(13^2)^1 \times (17)^1 \times (19)^1 \times (23)^1 \times (29)^1$$

$$(\# \text{ de rectángulos}) = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2} = 512$$

Rpta.: D

Resolución 97: Sean los divisores simples de A :

$$1, x, y, z; \text{ donde } x < y < z$$

Por dato:

$$\bullet \quad 1 + x + y + z = \overline{b(a+1)}$$

$$x + y + z = \overline{ba}$$

$$\bullet \quad 1 \cdot x \cdot y \cdot z = \underbrace{2 \times \overline{ab}}_{\text{par}} \rightarrow x = 2$$

Se observa que e son números primos e impares luego:

$$\bullet \quad 2 + y + z = \overline{ba} \rightarrow \text{par}$$

$$\bullet \quad y \times z = \overline{ab} \rightarrow \text{impar}$$

Si $a = 2 \wedge b = 1 \rightarrow y = 3 \wedge z = 7$ (única solución)

Entonces:

$$\bullet A = \overline{ab} \times \overline{ba}^n = 21 \times 12^n \rightarrow A = 2^{2n} \times 3^{n+1} \times 7^1 \dots (dc)$$

$$\bullet B = \overline{ba} \times \overline{ab}^n = 12 \times 21^n \rightarrow B = 2^2 \times 3^{n+1} \times 7^n \dots (dc)$$

Por dato:

$$\frac{CD(A)}{CD(B)} = \frac{7}{6}$$

$$\frac{(2n+1)(n+2) \cdot 2}{3 \cdot (n+2) \cdot (n+1)} = \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{2n+1}{n+1} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore n = 3$$

Rpta.: B

Resolución 98:

Se tiene el número impar A ; tal que:

$$\bullet CD(A) = 140 \wedge CD_{comp} = 136$$

$$\rightarrow CD_{simples} = 4$$

$$\bullet CD_3 = 84 \wedge CD_5 = 120$$

$\rightarrow A$ tiene como divisores simples a 3 y 5

Luego, los divisores simples de A son:

$$1; 3; 5; p \quad \begin{array}{l} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \rightarrow \text{primo } \neq 3 \neq 5$$

$$\Rightarrow A = 3^a \times 5^b \times p^c \dots (dc)$$

Como:

$$\bullet CD_3 = 84$$

$$\Rightarrow A = 3^2 [3^{a-2} \times 5^b \times p^c]$$

$$\rightarrow (a-1)(b+1)(c+1) = 84$$

$$\bullet CD_5 = 120$$

$$\Rightarrow A = 5^1 [3^a \times 5^{b-1} \times p^c]$$

$$\rightarrow (a+1) \times b \times (c+1) = 120$$

Resolviendo:

$$a = 4 ; b = 6 ; c = 3$$

$$\Rightarrow A = 3^4 \times 5^6 \times p^3 \dots (dc)$$

Luego:

$$CD_{-3 \vee -5} = CD_{-(3 \wedge 5)} = CD(A) - CD_{f_5}$$

$$\bullet A = 3^4 \times 5^6 \times p^3$$

$$\rightarrow CD(A) = 5 \times 7 \times 4 = 140$$

$$\bullet A = 3^1 \times 5^1 \times [3^3 \times 5^5 \times p^3]$$

$$\rightarrow CD_{15}^0 = 4 \times 6 \times 4 = 96$$

$$\bullet CD_{-3 \vee -5} = 140 - 96 = 44$$

Entonces:

$$44! = \dots n000 \dots 0_{(6)}$$

$$44! = \overline{\dots n(6)} \times \underbrace{6^x \dots n(6)}_{\substack{3 \\ \neq 3}} \times 2^x \times 3^x$$

Se observa que la cantidad de ceros en que termina $44!$, al ser expresado en la base 6, depende del exponente de 3 en su dc.

Hallando el exponente de 3 de $44!$ por divisores sucesivas:

$$\begin{array}{r} 44 \overline{) 3} \\ \underline{14} \quad 3 \\ 4 \quad 3 \\ \underline{5} \end{array}$$

$$\Rightarrow x = 14 + 4 + 1$$

$$\therefore x = 19$$

Rpta.: E

Resolución 99: "P" es impar $\wedge p \neq 11$

Por el teorema de Fermat:

$$p^{10} = 11 + 1$$

Se sabe también que $(\# \text{ impar})^{\# \text{ par}} = 8 + 1$

$$\Rightarrow p^{10} = 8 + 1$$

En conclusión:

$$p^{10} = 88 + 1$$

Luego:

$$\begin{aligned} N &= 3p^{10} + 15p^{20} + 15p^{30} + \dots + 5183p^3 \\ \dots x_{(88)} &= 3(88 + 1) + 15(88 + 1) + 35(88 + 1) + \dots \\ &\quad + 5183(88 + 1) \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{36 \text{ sumandos}} \end{aligned}$$

$$88 + x = 88 + 3 + 15 + 35 + \dots + 5183$$

$$88 + x = 1 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 7 + \dots + 71 \times 73$$

$$88 + x = \sum_{i=1}^{n=36} (2n-1)(2n+1)$$

$$88 + x = \sum_{i=1}^{n=36} (4n^2 - 1)$$

$$88 + x = 4 \times \sum_{i=1}^{n=36} n^2 - \sum_{i=1}^{n=36} 1$$

$$88 + x = 4 \times \frac{36 \times 37 \times 73}{6} - 36$$

$$88 + x = 64788$$

$$88 + x = 88 + 20$$

$$\therefore x = 20$$

Rpta.: C

Resolución 100: Sea:

$$(17!)^2 = \overline{\dots x}_{(37)}$$

$$(17!)^2 = 37 + x \quad \dots(\alpha)$$

Se sabe por el teorema de Wilson:

$$(37-1)! = 37-1$$

$$36! = 37-1$$

$$17! \times \underbrace{18 \times 19 \times 20 \times 19 \times \dots \times 34 \times 35 \times 36}_{(37-1)} = 37-1$$

$$17! \times 342 \times (37-17) \times (37-16) \dots (37-3)(37-2) \underbrace{\dots (37-1)}_{(37-1)} = 37-1$$

$$17! \times (37+9) \times (37-17!)$$

$$17!(37-9 \times 17) = 37-1$$

$$37-9 \times (17!)^2 = 37+36$$

$$37-(17!)^2 = 37+4$$

$$37-4 = (17!)^2$$

$$37+33 = 37+x, \text{ de } (\alpha)$$

$$\therefore x = 33$$

Rpta.: E



PROBLEMAS PROPUESTOS

- De los números: 437 ; 331 ; 403 ; 457 ,
¿cuántos números son primos?
A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4
- Halle la cantidad de números primos
capicúas mayores a 100, pero me-
nores a 200.
A) 6 B) 7 C) 3
D) 4 E) 5
- ¿Cuántos números de tres cifras son
primos relativos con el número 72?
A) 600 B) 450 C) 150
D) 300 E) 250
- Si $\{a, b, \overline{ab}, \overline{ba}\}$ es un subconjunto de
 $\mathbb{P}$, donde $\mathbb{P}$ es el conjunto de números
primos, cuántos divisores tiene $\overline{abba}$?
A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 15
- Si: $N = 15^a \cdot 10^{a+1}$ tiene 160 divisores.
Entonces a es:
A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7
- ¿Cuántos divisores compuestos tiene
el producto: $20^3 \times 30^4 \times 50^5$?
A) 1 200 B) 1 436 C) 1 440
D) 1 500 E) 2 000
- ¿Cuántas veces habrá que multiplicar
por 12 al número 450 para que el
producto resultante tenga 144 diviso-
res positivos?
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
- ¿Cuántos ceros se deben poner a la
derecha de 121 para que el resultado
tenga 188 divisores positivos com-
puestos?
A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11
- Si $M = 3^2 \times a^\alpha \times 5$ está descompuesto
canónicamente y tiene 291 divisores
positivos que no son primos, halle el
valor de " α ".
A) 49 B) 38 C) 47
D) 58 E) 48
- Halle " $m-n$ ", sabiendo que
 $M = 6 \times 32^m \times 81^n$, tiene 156 divisores
positivos más, que el número 2275.
A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9
- Si $N = 28 \times 10^{n+3} \times 25^n$ tiene 22 divi-
sores positivos múltiplos de 32 pero
no de 5 hallar el valor de n .
A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

12. Si $\overline{ab}$ es un número primo, ¿cuál es el menor número de divisores positivos de $\overline{ab0ab000}$?

A) 192 B) 182 C) 256
D) 196 E) 169

13. Si el número 741^k tiene $\overline{xyx}$ divisores positivos, hallar la suma de divisores

positivos de $(x+y)\left(\frac{y}{2}\right)$

A) 145 B) 215 C) 136
D) 195 E) 212

14. Halle la suma de todos los divisores positivos de 92 400 que sean primos relativos con 231.

A) 960 B) 961 C) 965
D) 966 E) 967

15. Halle la suma de todos los divisores positivos de 700, que no sean múltiplos de 7.

A) 250 B) 108 C) 260
D) 218 E) 217

16. Si 1960^n tiene 105 divisores positivos, hallar el producto de los divisores positivos de $(n^3 \cdot 3^n)$

A) $5^{15} \cdot 3^{12}$ B) $7^{10} \cdot 3^2$
C) $2^{18} \cdot 3^{12}$
D) $2^{12} \cdot 3^{18}$ E) $5^{15} \cdot 3^{18}$

17. Si $M=45 \cdot 16^a$ tiene 106 divisores positivos múltiplos de 9, hallar el producto de los divisores positivos de 7^a .

A) 7^{21} B) 7^{60} C) 7^{91}
D) 7^{64} E) 7^{124}

18. Si $\overline{(2a)a000}$ tiene $\overline{(3a)(2a)}$ divisores positivos, hallar la cantidad de divisores cuadrados perfectos de $\overline{(1+a)(7-a)^{(a+1)}}$

A) 12 B) 14 C) 15
D) 18 E) 20

19. Hallar "a"; sabiendo que la suma de divisores de "M" es 129 veces la suma de los divisores de "N".

$$M=2 \times 400^a$$

$$N=100^a$$

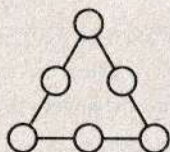
A) 1 B) 4 C) 7
D) 2 E) 3

20. Hallar el número que admite como factores primos a 2 y a 7 tal que al ser dividido entre 4 su cantidad de divisores se reduce a su tercera parte y si se multiplica por 11, su número de divisores se duplica.

A) 70 B) 140 C) 56
D) 98 E) 28

21. En el gráfico mostrado, coloque en los círculos los 6 primeros números primos sin repetirlos, de tal manera que la suma de los 3 números ubicados en cada lado del triángulo sea 21; 22 y 23.

Halle la suma de los números que no están en los vértices del triángulo.



- A) 18 B) 25 C) 10
D) 12 E) 16
22. Determine si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes proposiciones.
- I. La diferencia de dos números primos siempre es par.
- II. Dos números consecutivos siempre son PESI.
- III. La suma de cifras de menor número de tres cifras que tiene solo dos divisores primos es 9.
- IV. Si p es primo, $(p+1)$ puede ser primo. Considere que $p > 4$.

A) VVVV B) VVFF C) VVVF
D) FVFF E) FFFF

23. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. $\overline{a6}$ y $\overline{6a}$ son PESI para $a = \{1; 5; 7\}$

II. $2n; 3n+1; n$ son PESI para $n \in \mathbb{Z}^+$

III. Un número par siempre es PESI con 7.

IV. El número 40 tiene 4 divisores que son PESI con 15.

A) VVVV B) VVFF C) VVVF
D) FVFF E) VFVF

24. Si: $M_1 = 300^n$, tiene igual cantidad de divisores que $M_2 = 16 \times 90^n$. Halle el valor de " n ".

A) 2 B) 4 C) 5
D) 3 E) 6

25. Sea $m \in \mathbb{Z}^+$. Si $N = 20^m \cdot 3$ tiene 26 divisores positivos compuestos, hallar la cantidad de divisores positivos de $T = (2m)^{m+2} \cdot 5^{m+1}$

A) 36 B) 24 C) 30
D) 42 E) 52

26. Calcular el valor de " n " si se sabe que: $A = 9 \times 12^{2n}$ tiene 33 divisores más que el número $B = 13 \times 12^n$.

A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

27. Al multiplicar por 33 al número $N=21 \times 11^n$ se duplica su cantidad de divisores. Hallar "n".
- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6
28. Si $A=18^3 \times 15^n \times 20^{2n}$ tiene 630 divisores múltiplos de 4, calcule la cantidad de divisores de A que sean PESI con 21.
- A) 108 B) 84 C) 462
D) 66 E) 77
29. Si la cantidad de divisores positivos de $M=2 \times 3 \times 6^n \times 7^{2n}$ es 48, determine cuántos son $\overline{7}$ pero no $\overline{49}$.
- A) 24 B) 20 C) 16
D) 12 E) 8
30. Se tiene que la descomposición canónica de un número está dada por $A=2^1 \times 3^b \times 7^3$, el cual es un número que tiene $\overline{c7}$ divisores positivos $\overline{28}$ y $\overline{cd}$ divisores positivos $\overline{12}$; halle $a+b+c+d$.
- A) 16 B) 10 C) 14
D) 8 E) 12
31. Los divisores primos de un número entero positivo N son 2 y 3, el número de divisores positivos de su raíz cuadrada es 12 y el número de divisores positivos de su cuadrado es 117. Dar como respuesta la suma de cifras de N.
- A) 36 B) 27 C) 21
D) 18 E) 9
32. El número $2^a \times 3^b \times 7$ tiene 60 divisores; pero al multiplicar por 8 al número, su cantidad de divisores aumenta en 36. Calcule la cantidad de los divisores múltiplos de 7 del número.
- A) 30 B) 17 C) 18
D) 16 E) 14
33. Si a y b son dos números primos diferentes, tales que la suma de todos los divisores positivos del número $M=2^5 \cdot a \cdot b$ es el triple de este número, hallar la cantidad de divisores positivos compuestos de M.
- A) 15 B) 16 C) 17
D) 18 E) 20
34. Si la suma de divisores de un número es 961, sabiendo que dicho número tiene 15 divisores positivos, halle la suma de cifras del número.
- A) 4 B) 11 C) 8
D) 14 E) 13

35. Si $N = n^s \times r^t \times s^n$ es la descomposición canónica de un número, de modo que tiene 54 divisores positivos múltiplos de r y 60 divisores positivos múltiplos de n , halle la suma de cifras de la suma de divisores positivos de N .

A) 18 B) 17 C) 14
D) 12 E) 11

36. Indicar la suma de cifras del número que tiene 14 divisores y es múltiplo de 24.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 11 E) 13

37. ¿Cuál es la suma de las cifras del menor número de 6 cifras que tiene 15 divisores y es múltiplo de 11?

A) 21 B) 27 C) 20
D) 18 E) 28

38. Hallar la suma de las cifras del menor número impar de 20 divisores:

A) 12 B) 15 C) 9
D) 18 E) 27

39. Un número admite como únicos divisores primos a 2, 3 y 5. Tiene 2300 divisores múltiplos de 2 y 2277 divisores múltiplos de 3. ¿Cuántos divisores múltiplos de 5 tiene?

A) 200 B) 2500 C) 1220
D) 2420 E) 1000

40. $\overline{ab0ab0}$ es igual al producto de varios números primos absolutos consecutivos.

¿Cuál es la suma de dichos números primos?

A) 52 B) 55 C) 58
D) 59 E) 70

41. En los 1000 primeros $\mathbb{Z}^+$. ¿Cuántos números son relativamente primos con 1967?

A) 642 B) 571 C) 855
D) 429 E) 368

42. Si a , b y c son números primos, se cumple que $b+a+c=2b$ y; además, se sabe que entre el menor de estos números y el mayor existen 9 números primos, calcule el número primo intermedio.

A) 19 B) 37 C) 23
D) 29 E) 31

43. Si N es la cantidad de números de 3 cifras que son PESI con 72, calcule la suma de cifras del mayor número primo menor que N .

A) 20 B) 18 C) 16
D) 14 E) 13

44. Si el número

$$N = \frac{a^c \cdot (a+1)^d \cdot b^2}{D.C.}$$

tiene 45 divisores múltiplos de 3 y 36 divisores múltiplos de 6, calcule cuántos divisores que son múltiplos de b tiene N .

- A) 20 B) 42 C) 10
D) 40 E) 80

45. El número $4^{m-1} \times 6^{m+1} \times 7^{2m}$ posee 70 divisores que son $\hat{2}$ pero no $\hat{8}$.
¿Cuántos de sus divisores son $\hat{21}$?

- A) 106 B) 124 C) 204
D) 216 E) 224

46. Hallar un número de 3 cifras y 12 divisores, cuyos factores primos son sus cifras. Dar el valor de las cifras de las decenas.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

47. ¿Cuántos divisores debe tener un número cuya descomposición canónica es : $a^{n+1} \cdot b^{n+3}$ para que su raíz cuadrada tenga 20 divisores?

- A) 63 B) 48 C) 80
D) 60 E) 54

48. La suma de los divisores del número $6^{3a+1} \times 8^a$ es 17 veces la suma de los divisores del número $(8^a \times 3^{a+1})$. Hallar "a".

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

49. Determinar los enteros N que tenga como únicos factores primos a 2 y 3 ; de modo tal que el número de divisores de N^2 sea el triple de los de N . se pide la diferencia entre el mayor y el menor de los números.

- A) 160 B) 165 C) 172
D) 176 E) 180

50. Si el producto de los 10 primeros múltiplos de 7 tiene "n" divisores .
¿Cuántos tendrá el producto de los 10 primero de 11?

- A) $11n$ B) $11n/6$ C) $2n$
D) $11n/12$ E) n.a.

51. Si $\overline{aaa}$ tiene 16 divisores positivos , halle el producto de divisores positivos de $(a+1)(a-1)$

- A) 31 B) 53 C) 108
D) 97 E) 24

52. Si $n=p+q$, $\overline{mnpq}$ tiene 15 divisores positivos y $m+n+p+q=\overline{mn}$, hallar el valor de $m \cdot n + p \cdot q$

- A) 21 B) 17 C) 19
D) 24 E) 27

53. Si la suma de los divisores positivos de

$$M = 2^7 \times p \times q \text{ son los } \frac{85}{28} \text{ de dicho}$$

numeral, si p y q son números primos, halle $p+q$.

- A) 4 B) 10 C) 8
D) 6 E) 12

54. Determinar el número de divisores primos con 15 que tiene 121

- A) 33 B) 55 C) 44
D) 66 E) 77

55. Se sabe que $a+b=c+d=9$, halle la suma de divisores de bad si $acbd$ tiene solo catorce divisores positivos.

- A) 100 B) 200 C) 250
D) 320 E) 300

56. Si $M = 3^{3a+3} \cdot 5^2 \cdot 2^a$ tiene 623 divisores positivos compuestos, hallar el producto de los divisores de $N = a \cdot (a+2)^3$

- A) $5^6 \cdot 7^{12}$ B) $3^4 \cdot 5^{12}$ C) $3^6 \cdot 11^{12}$
D) 2^{12} E) $5^4 \cdot 7^{12}$

57. Las edades actuales de dos hermanos son números primos de dos cifras cada uno, pero el próximo año sus edades tendrán 6 divisores. Determine la diferencia de las edades si es la menor posible.

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

58. Si la cantidad de divisores que tiene $12^n \times 20^{5-n}$ es $\overline{13a}$. Calcule la suma de divisores de $\overline{na^2}$.

- A) 2048 B) 1023 C) 2047
D) 553 E) 511

59. ¿Cuántos ceros se deben colocar a la derecha de 24 para que posea 22 divisores múltiplos de 4, pero no de 5?

- A) 8 B) 9 C) 6
D) 7 E) 10

60. Si: 481 tiene "n" divisores positivos. ¿Cuántos divisores positivos tiene 491?

- A) $4n$ B) $\frac{9n}{7}$ C) $2n$
D) $3n$ E) $\frac{8n}{7}$

61. Indicar el valor de verdad de:

- I. El producto de los n primos absolutos menores que N es un número par.
II. Si un número primo absoluto se convierte a otra base cualquiera, siempre será primo absoluto.
III. Si $\overline{ab0ab0}$ es el producto de primos consecutivos, entonces $a+b=6$.

- A) FFV B) VFF C) VVF
D) VVV E) FVV

62. Sea P el conjunto de números primos y F el de número de la serie de Fibonacci $(1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots)$ menores que 100. La suma de los elementos de $P \cap F$ es:

A) 112 B) 116 C) 122
D) 126 E) 128

63. Indicar la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

I. Existen 8 parejas de números primos entre si cuyos productos es 1260.

II. La suma de todos los divisores enteros de un número entero no nulo en cero.

III. Existen 48 números entre 1425 y 1500 que son PESI con 75.

A) VVV B) VVF C) VFV
D) FVF E) FFF

64. Al tratar de determinar si N es primo, éste se ha dividido hasta que 11, resultando todas las divisiones inexactas, pero faltaban sólo dos divisiones. ¿cuántos valores puede tomar N , si finalmente resultó compuesto?

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

65. El número $\overline{ac0d}$ 8 divisores entre los cuáles están los números $\overline{ab}$, $\overline{ba}$ y b , los cuales a su vez tienen 2 divisores. Calcule $a+b+c+d$.

A) 10 B) 11 C) 13
D) 15 E) 17

66. Entre cuántos números se puede dividir 967, de manera que el residuo en todos los casos sea 67

A) 8 B) 9 C) 12
D) 14 E) 22

67. Si el menor número N tiene como descomposición canónica:

$a^b(a+1)^2(2b+1)^c$ y presenta 60 divisores positivos múltiplos de tres, la cantidad de divisores múltiplos de 25 que tiene es:

A) 18 B) 24 C) 36
D) 48 E) 72

68. La forma canónica de N es:

$$N = \underbrace{a \times b \times c \times d}_{n \text{ factores primos}}$$

¿Cuántos divisores de N son múltiplos de a , pero no son múltiplos de b ?

A) 2^{n-5} B) 2^{n-4} C) 2^{n-2}
D) 2^{n-1} E) 2^n

69. Sea A el conjunto de enteros de la forma $\overline{abab}$ que tienen 6 divisores. La diferencia entre el mayor y menor de los elementos de A es:

A) 1 212 B) 1 313 C) 2 424
D) 2 525 E) 3 131

70. Si $\overline{abcd}$ tiene 21 divisores tal que $d+26=b+4c$. ¿Cuántos divisores $\overline{adcb}$ no son múltiplos de 40 pero si son múltiplos de 20?
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
71. El número positivo N tiene 36 divisores y si N se divide entre 8; 9; 11 y 49 los residuos son 4, 3, 0 y 21 respectivamente. ¿Cuál es el residuo que se obtiene al dividir N entre 13?
- A) es exacta B) 3
C) 9
D) 11 E) 12
72. Son menores que 100?
- A) 19 B) 21 C) 23
D) 25 E) 46
73. Determinar el promedio aritmético de todos los divisores de 504 504 que son primos relativos con 884.
- A) 494 B) 164 C) $\frac{658}{5}$
D) 585 E) 221
74. Hallar la suma de las inversas de los divisores múltiplos de 5 del número 200.
- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{9}{20}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{3}{5}$
75. El número de la forma $N=20 \times 10^k$, tal que el producto de sus divisores es $2^9 \times 10^{27}$ veces el número, es igual a:
- A) 2 000
B) 20 000
C) 200 000
D) 2 000 000
E) 20 000 000
76. Si $124! \times 124!$ tiene divisores. ¿Cuántos divisores tiene $125! \times 125!$?
- A) $\frac{21a}{17}$ B) $\frac{17a}{19}$ C) $\frac{19a}{17}$
D) $\frac{21a}{19}$ E) $\frac{19a}{21}$
77. Los divisores primos de un entero N son 2 y 3, el número de divisores enteros de su raíz cuadrada es 24 y el número de divisores compuestos enteros de su cuadrado es 228. ¿Cuántos números cumplen la condición?
- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
78. El menor entero positivo que tiene 18 divisores impares y que divide a $20!$. Es aquel cuya suma de sus cifras es.
- A) 18 B) 29 C) 31
D) 33 E) 35

79. ¿Cuántas veces como mínimo se debe multiplicar por 125 a N para que sea divisible

$$N = 150 \times 151 \times \dots \times 500?$$

- A) 209 B) 210 C) 211
D) 212 E) 213

80. Un número tiene como factores primos al 2, 3 y 5; además 32 números primos relativos y menores que él, luego la cantidad de divisores compuestos del número es:

- A) 13 B) 12 C) 10
D) 9 E) 8

81. Encuentren el menor múltiplo positivo n de 1 991 tal que producto de sus divisores sea igual a n^{1991} .

- A) $181 \times 11^{11} \times 2^{178}$
B) $181 \times 11^{10} \times 2^{179}$
C) $181 \times 11^{10} \times 2^{180}$
D) $181 \times 11^9 \times 2^{177}$
E) $181 \times 11^{10} \times 2^{181}$

82. Dado un número natural n , sea $f(n)$ el promedio de todos sus divisores

$$\text{positivos, } \sqrt{n} \leq f(n) \leq \frac{n+1}{2}. \text{ La}$$

cantidad de números naturales n para

los que se cumple que $\frac{217}{9}$ es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

83. Se quiere hallar la cantidad de divisores de N^4 .

I. La cantidad de divisores de N^2 es 35.

II. La cantidad de divisores de N^3 es 70.

III. La cantidad de divisores de N^5 es 121.

El problema se resuelve con:

- A) I B) II C) I y II
D) III E) F.D.

84. Sea "S" la suma de los enteros positivos menores o iguales y relativamente primos a 440. ¿Cuántos números

entre $\left(\frac{S}{22}\right)$ y 1664 existen,

tales que sean P.E.S.I. con 64?

- A) 18 B) 32 C) 180
D) 640 E) 360

85. Calcular el residuo de dividir 237^{363} entre 19

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

86. Halle las tres últimas cifras al expresar 1087^{723} en el sistema senario.

- A) 1; 3; 3 B) 2; 3; 1 C) 1; 3; 1
D) 3; 3; 1 E) 2; 4; 1

87. Halle el residuo de dividir $34!$ entre 37

A) 1 B) 5 C) 13
D) 18 E) 20

88. En una fiesta 5 de cada 12 asistentes son varones. Si hay $\overline{aa0}_n$ parejas bailando, ¿cuántos varones no están bailando?, si además el total de asistentes expresado como el producto de sus factores primos es

$(m+1)^n \times a \times (m+n)$ y hay $\overline{mmn}_7$ varones bailando.

A) 50 B) 40 C) 60
D) 45 E) 80

89. El número natural n tiene exactamente dos divisores positivos y el número $n+1$ tiene exactamente tres divisores positivos. ¿Cuántos divisores positivos $(n+15)^3$?

A) 16 B) 28 C) 49
D) 91 E) 169

90. Si los números n y 39 son primos relativos, y además $n(n+39)$ resulta ser un cuadrado perfecto. Hallar la suma de las cifras del menor n posible.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

91. El número 137 592 tiene $\overline{ab}$ divisores que termina en 1; 3; 7 ó 9. ¿Cuántos rectángulos, cuyos lados son cantidades enteras, tienen como superficie $\overline{ba(2a)(2b)u^2}$?

A) 12 B) 18 C) 24
D) 36 E) 48

92. Sea $N = \overline{abcd}_{(9)} = \overline{mmnn}$. Si N es igual al producto de cuatro números primos consecutivos; calcule en cuántos ceros termina $\overline{abc!}$ al expresarse en el sistema vigesimal.

A) 31 B) 37 C) 149
D) 74 E) 97

93. ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene el número de 4 cifras que es igual a 428 veces la suma de sus cifras?

A) 6 B) 4 C) 5
D) 7 E) 10

94. Al construir la tabla de divisores de un número se observa que posee cuatro filas y cuatro columnas. Además a suma de los elementos de la diagonal donde se encuentra la unidad es el menor múltiplo positivo de 7 y 37. Si $\overline{ab}$ es la cantidad de números menores y PESI con dicho número. Hallar $a+b$.

A) 6 B) 8 C) 9
D) 7 E) 12

95. Se sabe que $A = 50^n \cdot 3^{n-1}$ tiene tantos divisores compuestos como divisores múltiplos de 3 tiene $B = 35^n \cdot 3^{n+2}$. Determinar la suma de divisores de a que sean PESI con B .

A) 10 B) 15 C) 18
D) 23 E) 26

96. Si el producto de dos números primos mayores que dos se les resta 73, resulta un número que tiene 16 divisores de los cuales 13 son compuestos sabiendo que este producto es menor que 1100 y posee 4 cifras. El mayor de los números primo es :

A) 11 B) 13 C) 17
D) 37 E) 41

97. Si $N = 25a + 5b + c$; donde a ; b y c son enteros no negativos donde $a \neq 0$ y son menores que 5; además N es primo y $5 \nmid N$.

Calcule la suma de los valores de N .

A) 670 B) 660 C) 590
D) 630 E) 650

98. Si: $A = 2 \cdot 13^{m+2} + 13^m$; posee 12 divisores que no son 39. Calcule la MH de sus divisores múltiplos de $(m-1)$ y PESI con 91 dicho número.

A) $\frac{110}{19}$ B) $\frac{117}{113}$ C) $\frac{93}{19}$
D) $\frac{131}{19}$ E) $\frac{113}{19}$

99. Hallar la suma de los divisores primos del menor número que tenga 105 divisores y además la función Euler de dicho número y el número están en la relación de 16 a 35.

A) 9 B) 10 C) 112
D) 15 E) 19

100. Un número tiene 24 divisores de los cuales 20 son compuestos. En su descomposición canónica ningún factor primo lleva un exponente mayor o igual a 5. Si el producto de sus divisores es $abc012$; donde a ; b y c suman 9, son cifras significativas y diferentes entre sí. Hallar la cantidad de divisores no primos de $a \times b \times c$.

A) 2 B) 4 C) 3
D) 6 E) 8



CLAVES

1	C	26	D	51	D	76	D
2	E	27	A	52	E	77	B
3	D	28	B	53	B	78	A
4	B	29	C	54	C	79	C
5	A	30	E	55	D	80	B
6	B	31	D	56	E	81	C
7	B	32	A	57	A	82	A
8	A	33	E	58	C	83	C
9	E	34	C	59	B	84	B
10	A	35	A	60	B	85	D
11	D	36	C	61	D	86	D
12	A	37	B	62	A	87	D
13	D	38	D	63	B	88	B
14	B	39	D	64	B	89	A
15	E	40	C	65	D	90	A
16	C	41	C	66	B	91	A
17	D	42	D	67	E	92	B
18	C	43	D	68	C	93	B
19	D	44	A	69	C	94	C
20	E	45	D	70	D	95	B
21	E	46	B	71	D	96	D
22	D	47	A	72	D	97	A
23	C	48	A	73	A	98	E
24	C	49	C	74	B	99	D
25	A	50	B	75	A	100	A

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNM

UNI - 2008 - I

PROBLEMA 01: Dados los conjuntos A, B y C, tales que:
 $(A \cup B) \subset (A \cup C)$ y $(A \cap B) \subset (A \cap C)$ y $A \not\subset C$
 Entonces:

A) $B \subset C$

B) $B = C$

C) $C \subset B$

D) $(A \cup B) \subset B$

E) $(A \cup B) \subset C$

Resolución:

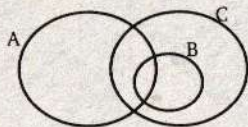
Dadas las afirmaciones:

$$(A \cup B) \subset (A \cup C) \quad \dots(1)$$

$$(A \cap B) \subset (A \cap C) \quad \dots(2)$$

$$A \not\subset C \quad \dots(3)$$

De la expresión (1), como:



$$(A \cup B) \subset (A \cup C)$$

$$\Rightarrow B \subset C$$

Rpta.: A

PROBLEMA 02: La suma de tres términos consecutivos de una progresión geométrica es 13. Sabiendo que si los dos primeros términos se incrementan en dos unidades y se disminuye en la misma cantidad al tercero, los números forman una progresión aritmética. Determine la razón de la progresión geométrica decreciente.

A) $\frac{1}{3}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{2}{3}$

D) 2

E) 3

Se tiene la progresión geométrica:

$$n ; nr ; nr^2 \quad \dots(1)$$

Del enunciado, si a los dos primeros terminos se le incrementa 2 unidades, y se le disminuye 2 al tercero, entonces se obtiene la siguiente progresión aritmética.

$$n + 2 ; nr + 2 ; nr^2 - 2 \quad \dots(2)$$

además por condición del problema, de (1):

$$n + nr + nr^2 = 13 \quad \dots(4)$$

Ademas por propiedad de progresión aritmética, de(2):

$$(nr + 2) - (n + 2) = (nr^2 - 2) - (nr + 2)$$

$$nr - n = nr^2 - nr - 4$$

$$\Rightarrow 2nr + 4 = nr^2 + n \quad \dots(5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$n + nr^2 + nr = 13$$

$$(2nr + 4) + nr = 13$$

$$\Rightarrow nr = 3 \quad \dots(6)$$

De (4) y (6):

$$\text{Si:} \quad r = 3 \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Si:} \quad r = \frac{1}{3} \Rightarrow n = 9$$

Como se debe hallar razón de la progresión geometrica de creciente, entonces, $r < 1$, entonces:

$$r = \frac{1}{3}$$

Rpta.: A

PROBLEMA 03:

Si se cumple que: $y, \hat{y}_{(n)} + 101, \hat{01}_{(2)} = 8, \hat{A}_{(16)}$ y $xx, \hat{x} = 21, 5_{(16)}$
hallar $x+y+n$

A) 13

B) 14

C) 15

D) 16

E) 17

Resolución:

Dadas las expresiones:

$$y, \widehat{y}_{(n)} + 101, \widehat{01}_{(2)} = 8, \widehat{A}_{(16)} \quad \dots(1)$$

$$xx, \bar{x} = 21, 5_{(16)} \quad \dots(2)$$

Operando en (1):

$$y + \frac{y}{n-1} + 101_{(2)} + \frac{01}{2^2-1} = 8 + \frac{A}{16-1}$$

$$y + \frac{y}{n-1} + 5 + \frac{1}{3} = 8 + \frac{A}{15}$$

$$y \left(1 + \frac{1}{n-1} \right) = 3 - \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

$$y \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+A}{15} \quad \dots(3)$$

De la expresión (1), por propiedad se deduce que:

$$y < n; A < 16$$

Operando en (3), donde al número A se le debe ir dando valores desde 1 al 15; pero por ahorro de tiempo solo se ha tratado de presentar los números que nos generan una respuesta coherente para la solución.

$$A = 15: \quad y \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(15)}{15} = \frac{11}{3}$$

$$A = 14: \quad y \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(14)}{15} = \frac{3 \times 6}{5}$$

$$\Rightarrow n-1 = 5 \Rightarrow n = 6$$

$$\Rightarrow y = 3$$

$$A = 10: \quad y \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(10)}{15} = \frac{10}{3} = \frac{3 \times 10}{9}$$

$$\Rightarrow n-1 = 9 \Rightarrow n = 10$$

$$\Rightarrow y = 3$$

$$A = 5: \quad y \left(\frac{n}{n-1} \right) = \frac{40+(5)}{15} = \frac{3}{1} = \frac{2 \times 3}{2}$$

$$\Rightarrow n-1 = 2 \Rightarrow n = 3$$

$$\Rightarrow y = 2$$

Operando en (2):

$$xx, a = 21, 5_{(16)}$$

$$xx + \frac{x}{9} = 21_{(16)} + \frac{5}{16-1}$$

$$x(11) + \frac{x}{9} = 2(16) + 1 + \frac{5}{15}$$

$$\frac{100}{9}x = 33 + \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Para hallar la suma de $x + y + n$:

$$\text{Para } A = 14: \quad x + y + n = 3 + 3 + 6 = 12 \quad \dots(4)$$

$$\text{Para } A = 10: \quad x + y + n = 3 + 3 + 10 = 16 \quad \dots(5)$$

$$\text{Para } A = 5: \quad x + y + n = 3 + 2 + 3 = 8 \quad \dots(6)$$

Verificamos alternativas solo existe respuesta para (5)

Rpta.: D

PROBLEMA 04: Si se cumple:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k,$$

donde k es un entero positivo, y que

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2^2 - a_3^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6$$

entonces el valor de k es:

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Resolución:

Del enunciado se tiene:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3} = k \quad \dots(1)$$

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2^2 - a_3^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6 \quad \dots(2)$$

De la expresión (1):

$$a_1 = b_1 k ; a_2 = b_2 k ; a_3 = b_3 k$$

Luego reemplazando estos valores en (2):

$$\frac{b_1 k}{b_1} + \frac{(b_2 k)^2 (b_3 k)^2}{b_2^2 - b_3^2} = 6$$

$$k + k^2 \left(\frac{b_2^2 - b_3^2}{b_2^2 - b_3^2} \right) = 6$$

$$k + k^2(1) = 6$$

$$\Rightarrow k^2 + k - 6 = 0$$

$$(k + 3)(k - 2) = 0$$

$$\Rightarrow k = -3 \wedge k = 2$$

Por condición del problema k es un entero positivo, entonces se asume:

$$k = 2$$

Rpta.: B

PROBLEMA 05:

Para cubrir el puesto de mecánico-electricista se recibieron solicitudes de 200 postulantes. En el cuadro siguiente se presenta la distribución de los postulantes según experiencia laboral en el área.

Experiencia laboral	Porcentaje acumulado
[5 - 7)	8%
[7 - 9)	18%
[9 - 11)	34%
[11 - 13)	65%
[13 - 15)	100%

Entonces la experiencia laboral mínima para el 90% de los postulantes es:

A) 7,4 años

B) 8,4 años

C) 10,4 años

D) 12,4 años

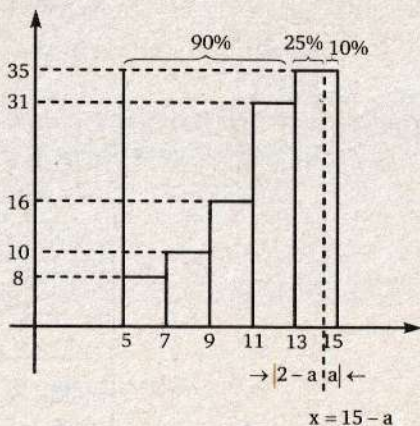
E) 14,4 años

Resolución:

En el cuadro:

Experiencia laboral	Porcentaje acumulado	Frecuencia relativa ($H_i \times 100\%$)
$[5 - 7)$	8%	8%
$[7 - 9)$	18%	10%
$[9 - 11)$	34%	16%
$[11 - 13)$	65%	31%
$[13 - 15)$	100%	35%

Construyendo el gráfico:



$$90\% = 8\% + 10\% + 31\% + 25\%$$

Ejecutamos interpolación para hallar el valor de x :

$$\frac{25\%}{2 - a} = \frac{10\%}{a}$$

$$\Rightarrow a = 0,57$$

Entonces:

$$x = 15 - a$$

$$= 15 - 0,57$$

$$= 14,4; (\text{años})$$

Rpta.: E

PROBLEMA 06: Dada la proposición de una ley que fija un impuesto para las ganancias por los ahorros bancarios, se aplicó una encuesta de opinión a 600 ciudadanos, obteniéndose los siguientes resultados.

Partido	Opinión respecto a la ley			Total
	A favor	En contra	Neutra	
A	120	60	20	200
B	48	42	30	120
Otro	126	112	42	280
Total	294	214	92	600

Calcule la probabilidad de que un ciudadano sea del partido B o no opine a favor.

A) 0,507

B) 0,510

C) 0,590

D) 0,600

E) 0,710

Resolución:

Del cuadro de encuestas:

Partido	Opinión respecto a la ley			Total
	A favor	En contra	Neutra	
A	120	60	20	200
B	48	42	30	120
Otro	126	112	42	280
Total	294	214	92	600

La probabilidad de que un ciudadano sea del partido B:

$$P_{(B)} = \frac{120}{600} = \frac{1}{5} \quad \dots(1)$$

La probabilidad de que un ciudadano no opine a favor, es decir, que "en contra" o "neutra"

$$P_{(C;N)} = \frac{214 + 92}{600} = \frac{51}{100} \quad \dots(2)$$

La probabilidad de que un ciudadano sea del partido B y no opine a favor (en contra o neutral).

$$P_{(B;C;N)} = \frac{42 + 30}{600} = \frac{3}{25} \quad \dots(3)$$

Luego, la probabilidad de que un ciudadano "Sea del partido B o no opine a favor"

$$P = P_{(B)} + P_{(C;N)} - P_{(B;C;N)}$$

$$\begin{aligned} \text{De (1), (2) y (3):} \quad &= \frac{1}{5} + \frac{51}{100} - \frac{3}{25} \\ &= 0,590 \end{aligned}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 07: En una reunión de profesionales hay 131 personas, la mayor parte son varones. Si la octava parte de los varones son ingenieros y la séptima parte las mujeres son economistas, ¿cuántos varones no son ingenieros?

A) 12
D) 84

B) 21

C) 30
E) 96

Resolución:

Si definimos:

Número de varones: V

Número de mujeres: M

Como en total hay 131 profesionales, y además como se trata de personas donde la octava parte de varones son ingenieros implica que la cantidad de varones es múltiplo de 8, y que la séptima parte de mujeres sean economistas implica que el número de mujeres sea múltiplo de 7, entonces:

$$V + M = 131$$

$$8v + 7m = 131$$

$$8(12) + 7(5) = 131$$

$$\Rightarrow V = 8(12) = 96$$

$$M = 7(5) = 35$$

Del enunciado, la octava parte de varones son ingenieros, entonces los varones que no son ingenieros:

$$V_x = \frac{7}{8} V = \frac{7}{8} (96) = 84$$

Rpta.: ?

PROBLEMA 08:

Si N^2 tiene 63 divisores y N^3 tiene 130 divisores, ¿cuántos de divisores tiene N^4 ? Calcule la suma de las cifras de esta cantidad.

A) 4

B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

Resolución:

Se tiene el número N , que lo expresamos en su descomposición canónica:

$$N = a^x b^y \quad \dots(1)$$

Por teoría se sabe que la cantidad de divisores(CD) de un número está dado por:

$$CD = (x+1)(y+1) \quad \dots(2)$$

En el problema, N^2 tiene 63 divisores, entonces:

$$\begin{aligned} N^2 &= (a^x b^y)^2 = 2^{2x} b^{2y} \\ \Rightarrow CD &= (2x+1)(2y+1) = 63 \\ (2x+1)(2y+1) &= 9 \times 7 \\ \Rightarrow 2x+1 &= 9 \wedge 2y+1 = 7 \\ x &= 4 \wedge y = 3 \end{aligned}$$

N^3 tiene 130 divisores, entonces:

$$\begin{aligned} N^3 &= (a^x b^y)^3 = a^{3x} b^{3y} \\ \Rightarrow CD &= (3x+1)(3y+1) = 130 \\ (3x+1)(3y+1) &= 13 \times 10 \\ 3x+1 &= 13 \wedge 3y+1 = 10 \\ x &= 4 \wedge y = 3 \end{aligned}$$

Como cumple para ambos casos, entonces se acepta estos valores:

Para N^4 :

$$\begin{aligned} N^4 &= a^{4x} a^{4y} \\ &= a^{4(4)} b^{4(3)} \\ \Rightarrow CD &= (16+1)(12+1) = 221 \end{aligned}$$

La suma de las cifras:

$$2 + 2 + 1 = 5$$

Rpta.: B

PROBLEMA 09: Halle el número de elementos de la clase de equivalencia de $7/11$, de modo que el numerador tenga 3 cifras y el denominador 4.

A) 50

B) 51

C) 52

D) 53

E) 54

Resolución:

Un número de la clase de equivalencia $\frac{7}{11}$ esta dado por:

$$f_{\text{equivalente}} = \frac{7k}{11k}$$

El problema condiciona que el numerador tenga 3 cifras ,entonces:

$$100 \leq 7k \leq 999$$

$$14,28 \leq k \leq 142,71$$

$$CS_1 = \{K \in \mathbb{N} / k = 15; 16; 17; \dots ; 142\}$$

El denominador tiene 4 cifras:

$$1000 \leq 11k \leq 99999$$

$$90,9 \leq k \leq 909$$

$$CS_2 = \{k \in \mathbb{N} / k = 91; 92; 93; \dots ; 909\}$$

Luego : $CS_1 \cap CS_2$

$$CS = \{k \in \mathbb{N} / k = 91; 92; 93; \dots ; 142\}$$

El numero de elementos:

$$N = 142 - 90 = 52$$

Rpta.: C

PROBLEMA 10: Se da un número de elementos positivo que no tiene raíz cúbica exacta. Si este número se le disminuye en 721, entonces su raíz cúbica disminuye en una unidad, pero el residuo no se altera. Determine la suma de cifras de la diferencia entre el número y el residuo.

A) 16

B) 17

C) 18

D) 19

E) 20

Resolución:

Del enunciado, se tiene el numero N, que para extraerle la raíz cubica tiene el residuo R.

$$N = P^3 + R \quad \dots(1)$$

Del enunciado también se tiene:

$$N - 721 = (P - 1)^3 + R \quad \dots(2)$$

Restando (1) menos (2):

$$721 = P^3 - (P^3 - 3P^2 + 3P - 1)$$

$$721 = 3P^2 - 3P + 1$$

$$\Rightarrow 0 = 3P^2 - 3P - 720$$

$$\Rightarrow 0 = P^2 - P - 240$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P = 16 \\ P = -15 \end{cases} \Rightarrow P = 16 \quad \dots(3)$$

Operando en (1):

$$N = P^3 + R$$

$$N - R = P^3$$

De (3):

$$N - R = (16)^3$$

$$N - R = 4096$$

La suma de las cifras:

$$4 + 0 + 9 + 6 = 19$$

Rpta.: D

UNI - 2008 - II

PROBLEMA 11: Sabiendo que $\overline{a00a}_{(6)} = \overline{bc1}$, 0 es el cero, $a \neq 0$, determine la suma $(a+b+c)$.

A) 12

B) 13

C) 14

D) 15

E) 16

Resolución:

Del enunciado, se tiene la expresión:

$$\overline{a00a}_{(6)} = \overline{bc1} ; a \neq 0 ; a \neq 0$$

Expresando el primer miembro en base 10:

$$a \times 6^3 + 0 \times 6^2 + 0 \times 6^1 + a = \overline{bc1}$$

$$217a = \overline{bc1} \quad \dots (*)$$

Por propiedad de sistemas de numeración de la expresión $\overline{a00a}_{(6)}$ se deduce que $a \leq 5$; pero la expresión (*) debe cumplirse:

$$217a = \overline{bc1} < 1000$$

$$217a < 1000$$

$$a < 4,6 \Rightarrow a \leq 4$$

También por la expresión (*) debe cumplirse que :
la primera cifra es la unidad, es decir:

$$217a = \dots 1$$

$$\Rightarrow 7a = \dots 1$$

$$\Rightarrow a = 3$$

Entonces en la expresión (*):

$$217(3) = \overline{bc1}$$

$$651 = \overline{bc1}$$

Luego : $b = 6$; $c = 5$

Finalmente tenemos:

$$a + b + c = 3 + 6 + 5 = 14$$

Rpta.: C

PROBLEMA 12: ¿De cuántas formas puede ordenarse los elementos del conjunto $\{V, S, \#, *\}$

A) 6

B) 8

C) 16

D) 24

E) 32

Resolución:

Del enunciado se tiene el conjunto:

$$\{V; S; \# ; * \}$$

Las posibles formas que se pueden ordenar estos 4 elementos, implica una permutación, veamos:

$$P_n = n!$$

Si $n = 4$:

$$P_4 = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

Rpta.: D

PROBLEMA 13: Para los enteros positivos a y b se define:

$a \# b = a^{2b-1}$. Si x e y son enteros positivos $x \# y = 32$, ¿cuál de los siguientes números podrían ser el valor de y ?

I. 1 II. 2 III. 3

A) Solo I

B) Solo III

C) Sol I y III

D) Solo II y III

E) I, II y III

Resolución:

Del enunciado se tiene la operación definida:

$$a \# b = a^{2b-1}, a ; b \in \mathbb{Z}^+ \quad \dots(1)$$

Además se tiene la ecuación:

$$x \# y = 32 \quad \dots(2)$$

$$\Rightarrow x \# y = 2^5$$

$$= 2^{3(2)-1} \quad \dots(3)$$

Comparando (3) y (1) se deduce:

$$y_1 = b = 3$$

Pero la expresión (2) también se puede expresar como:

$$x \# y = 32^1$$

$$\Rightarrow x \# y = 32^{2(1)-1}$$

De igual forma comparando con (1):

$$y_2 = b = 1$$

Luego, los valores de "y" son 1 y 3.

Rpta.: C

- 1 Razones y Proporciones - Promedios
- 2 Tanto por ciento - Mezclas
- 3 Magnitudes Proporcionales
- 4 Regla de Interés - Regla de Descuento
- 5 Lógica Proposicional - Teoría de Conjuntos
- 6 Relaciones Binarias - Teoría de Numeración
- 7 Cuatro Operaciones - Sucesiones y Series
- 8 Teoría de la Divisibilidad
- 9 Estudio de los divisores $\mathbb{Z}^+$
- 10 MCD - MCM
- 11 Potenciación y Radicación
- 12 Números Racionales
- 13 Estadística Descriptiva
- 14 Análisis Combinatorio
- 15 Teoría de Probabilidades

TEMARIO ARITMÉTICA



N° TEMA

1 Propiedades de los Números Naturales